

О.А. Губеладзе

Г Е О Д Е З И Я

Уравнивание нивелирных сетей III класса



Ростов-на-Дону
2013

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
“РОСТОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ СТРОИТЕЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ”

О. А. Губеладзе

Г Е О Д Е З И Я

Уравнивание нивелирных сетей

III класса

Утверждено редакционно-издательским советом
университета в качестве учебного пособия

Ростов-на-Дону
2013

УДК 528.1
ББК 26.104

Рецензент: доктор технических, профессор
кафедры "Маркшейдерское дело и геодезия"
Южно-Российского государственного политехнического
университета (НПИ) имени М.И. Платова
Ю.В. Посыльный

Губеладзе О. А.

Геодезия. Уравнивание нивелирной сети III класса: учебное пособие. -
Ростов н/Д: Рост. гос. строит. ун-т, 2013. - 81 с.

Учебное пособие составлено по основным разделам программы курса "Геодезия". Изложены вопросы, связанные с теорией параметрического и коррелятивного способов уравнивания, основанных на принципе наименьших квадратов. Рассмотрены способы уравнивания и оценки точности различных ходов и сетей полигонометрии III и IV классов.

Предназначено для обучающихся по специальности 120401.65 "Прикладная геодезия" и по направлению подготовки 120100.62 "Геодезия и дистанционное зондирование".

Данное учебное пособие издано при непосредственной помощи и поддержки Ростовского государственного строительного университета.

УДК 528.1

© Ростовский государственный
строительный университет, 2013
© Губеладзе О.А., 2013

ВВЕДЕНИЕ

Учебное пособие рассчитано на студентов Ростовского государственного строительного университета, изучающих предмет «Геодезия» на 2-м курсе. В соответствии с учебной программой дисциплины при изучении студентам необходимо ознакомиться с существующими современными приборами и методами геодезических измерений, а также освоить их математическую обработку. Основной задачей данного учебного пособия является оказание существенной помощи студентам как очной, так и заочной форм обучения в самостоятельном освоении данной дисциплины.

Первая часть учебного пособия посвящена нивелированию III и IV классов. Традиционные способы нивелирования находят широкое применение в геодезическом производстве, так и в прикладной геодезии. В сборнике описаны методы выполнения лабораторных работ по теме нивелирования III и IV классов, а также приведены допуски и контроли измерений. Рассмотрены разные типы нивелиров, приводится описание поверок и исследований нивелиров и рек.

Приводится теория математической обработки одиночных ходов и сетей нивелирования III и IV классов. Рассмотрены способы уравнивания нивелирных ходов и сетей, основанные на принципе наименьших квадратов.

1. НИВЕЛИРОВАНИЕ

1.1. Высотные геодезические сети

Геодезической сетью является количество пунктов, закреплённых на местности, для которых определены плановые и высотные координаты (X, Y, H).

Понятие геодезической высоты H определяется суммированием нормальной высоты H^N и высотой квазигеоида ζ относительно поверхности эллипсоида (рис. 1). Согласно геодезических координат высоту H выражают согласно нормали к эллипсоиду, проходящую через определяемую точку на поверхности Земли.

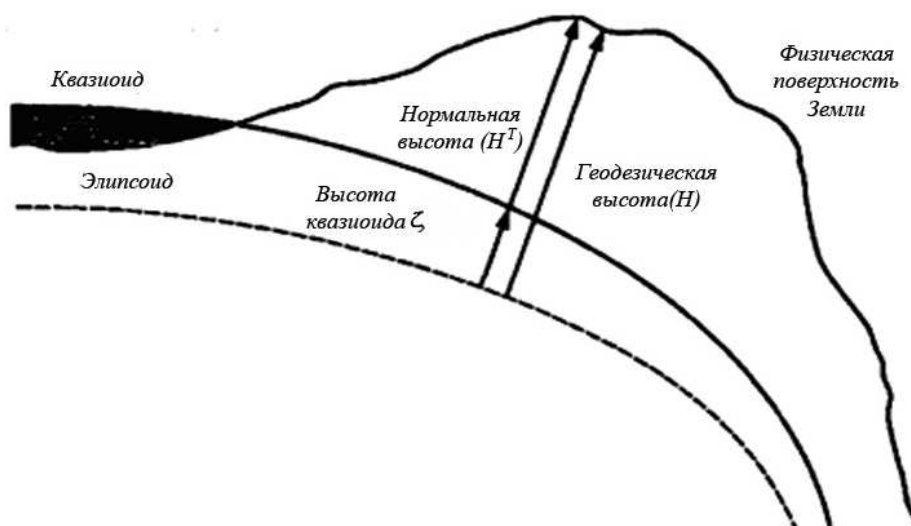


Рис.1. Взаимосвязь геодезической высоты, высоты квазигеоида и нормальной высоты

В настоящее время нормальные высоты определяются в Балтийской системе высот, которая вычисляется от нуля Кронштадтского футштока. Высоты квазигеоида определяются относительно эллипсоида Красовского.

За нуль Кронштадтского футштока (рис. 2) принята горизонтальная риска на медной пластине (установленной в 1913 г.), закрепленной на опоре Синего моста через обводной канал в г. Кронштадте. В первой половине XIX века на основании пятнадцатилетних кропотливых наблюдений М. Ф. Рейнеке определил средний уровень Балтийского моря. Учитывая высокую точность определения среднего уровня моря М.Ф. Рейнеке, этот уровень был позднее принят за исходную точку отсчета нивелировочной сети на территории нашей страны.

Нуль Кронштадтского футштока используется в качестве начала высот вследствие того, что современные вертикальные подвижки дневной поверхности в данном районе незначительны, а также незначительно колебание среднего уровня Балтийского моря во времени.

Высотные геодезические сети предназначены для получения на территории Российской Федерации единой высотной системы с целью обеспечения картографирования, решения научно-хозяйственных задач, а также обеспечения обороноспособности страны.

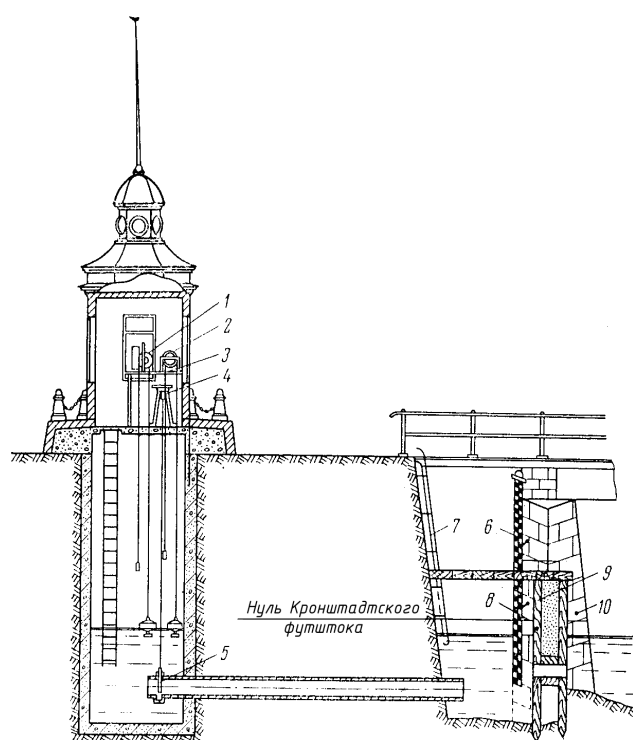


Рис. 2. Устройство Кронштадтского футштока

- 1 – мареограф; 2 – копинист; 3 – столлик мареографа; 4 – шток задвижки;
5 – задвижка Лудло; 6 – футшток; 7 – металлический трап;
8 – пластина Тонберга; 9 – отстойник мареографа; 10 – устой моста

Основное назначение высотных сетей является создание с достаточно высокой точностью закрепленных на земной поверхности пунктов, относительно которых производятся высотные измерения.

Высотные сети на территории Российской Федерации являют собой равномерно закрепленные точки (репера) с высотными отметками на территории всей страны. Вся созданная нивелирная сеть на территории России подразделя-

ется на государственную, сеть местного значения, съёмочную сеть и сети специального назначения.

Главной высотной основой является государственная нивелирная сеть, которая используется для производства топографо-геодезических работ различного назначения и подразделяется на нивелирные сети I, II, III и IV классов.

Основой для развития высотного обоснования на территории страны является нивелирная сеть I класса. При этом нивелирование I класса используется для:

- изучения формы физической поверхности Земли;
- изучения вертикальных подвижек земной коры;
- определения уровней морей и океанов;
- строительства, выверки уникальных и прецизионных сооружений;
- наблюдений за осадками и деформациями прецизионных зданий и сооружений и др..

Все работы в геодезии, в том числе и создание государственной высотной геодезической сети, выполняются согласно принципу от общего к частному. На начальном этапе на территории страны развивают нивелирную сеть I класса, образующую полигоны I класса. Внутри этих полигонов прокладывают нивелирные ходы II класса (рис. 3).

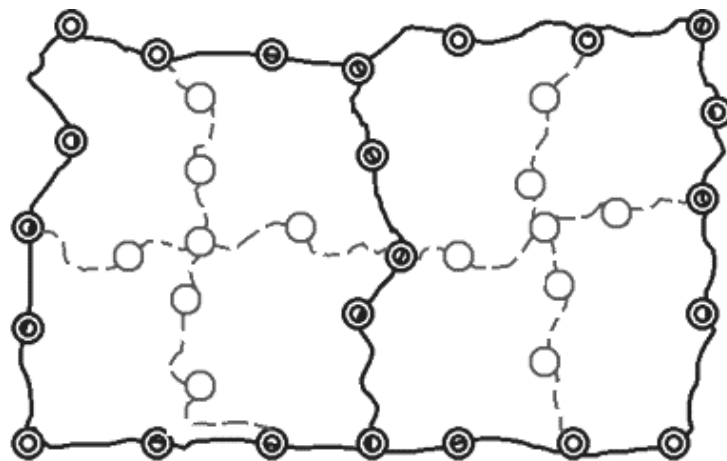


Рис. 3. Схема нивелирных сетей I и II классов
—●— репер и линия нивелирования I класса
—○— репер и линия нивелирования II класса

Периметры нивелирных полигонов I класса достигают размеров от 1200 до 2000 км, а нивелирных полигонов II класса - от 400 до 1000 км. Нивелирные линии I и II классов прокладываются вдоль магистральных железных и автомобильных дорог. Проложение ходов нивелирования I класса осуществляется с наивысшей точностью с применением современных приборов и методов измерений.

Нивелирные сети III и IV классов являются сетями сгущения и, опираясь на пункты и II классов, прокладываются как в виде отдельных ходов, так и в виде замкнутых полигонов. Периметры полигонов III класса могут составлять от 60 км в обжитых районах до 300 км в малообжитых районах. В поселениях периметры полигонов III класса могут изменяться от 25 км в застроенной части до 40 км на незастроенных территориях.

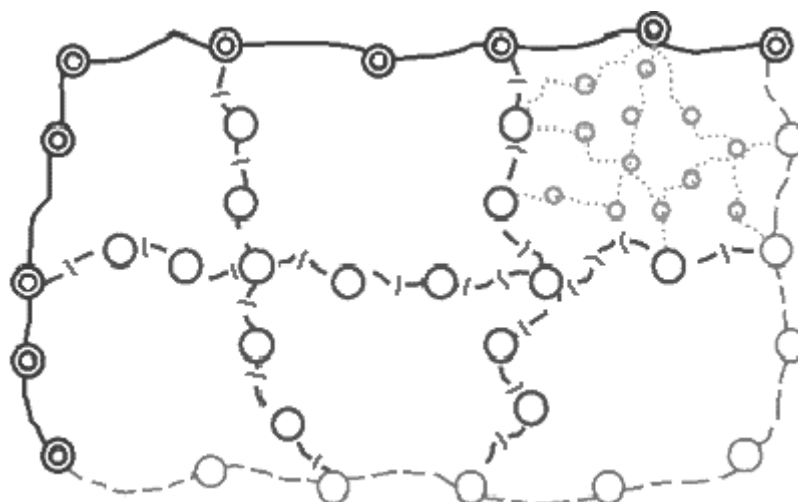


Рис. 4. Схема нивелирования III и IV классов
 -○- - репер и линия нивелирования III класса
 ...○... — репер и линия нивелирования IV класса

Протяженность сетей IV класса может составлять 20 - 60 км для освоенных районов, для городов 8 - 12 км, а для неосвоенных территорий - 25 - 80 км. Положение реперов наносят на топографические карты масштаба 1:100000. При проложении нивелирных ходов III класса в горной местности, а для I и II классов обязательно, в полученные значения превышения необходимо вводить поправки за переход к системе нормальных высот по формуле

$$\delta_h = \frac{1}{\gamma_m} \cdot (\gamma_A + \gamma_B) \cdot H_m + \frac{h}{\gamma_m} \cdot (g - \gamma)_m, \quad (1.1)$$

где δ_h - поправка в превышение;

H_m - средняя отметка исходных реперов;

γ_m - ускорение силы тяжести ($\gamma_m = 9,8 \text{ м/сек}^2$);

γ_A, γ_B - ускорения силы тяжести на эллипсоиде, соответствующие исходным реперам (принимаются по специальным таблиц);

$(g - \gamma)_m$ - значение силы тяжести на исходных реперах (g - фактическое, γ - нормальное).

Согласно установленным четырем классам точности нивелирных сетей ошибки измерения при выполнении нивелирования приведены в табл. 1.

Таблица 1

Точность нивелирования

| Параметры точности | Классы нивелирования | | | |
|-----------------------------------|----------------------|--------|---------|---------|
| | I | II | III | IV |
| m_h на 1 км хода | 0,8 мм | 2,0 мм | 5,0 мм | 10,0 мм |
| $f_{h\text{дон}}$ на 1 км хода | 3,0 мм | 5,0 мм | 10,0 мм | 20,0 мм |

Пункты высотной основы на местности закрепляются постоянными или временными знаками.

По конструкциям реперы нивелирования классифицируются на: вековые, фундаментальные, грунтовые, скальные, стенные и временные.

Для пунктов главной высотной основы используются вековые реперы (рис. 5), которые обеспечивают их сохранность в течение продолжительного времени. Они чаще всего используются для изучения движений земной коры, колебаний уровня моря и океана и т.п. Закладка таких реперов производится в местах пересечения линий нивелирования I класса либо на постах, ведущих наблюдения за колебаниями уровня моря.

К постоянным знакам можно относиться фундаментальные, грунтовые и стенные реперы, а также марки различного назначения, в том числе и осадочные, закладываемые в бетонных монолитах.

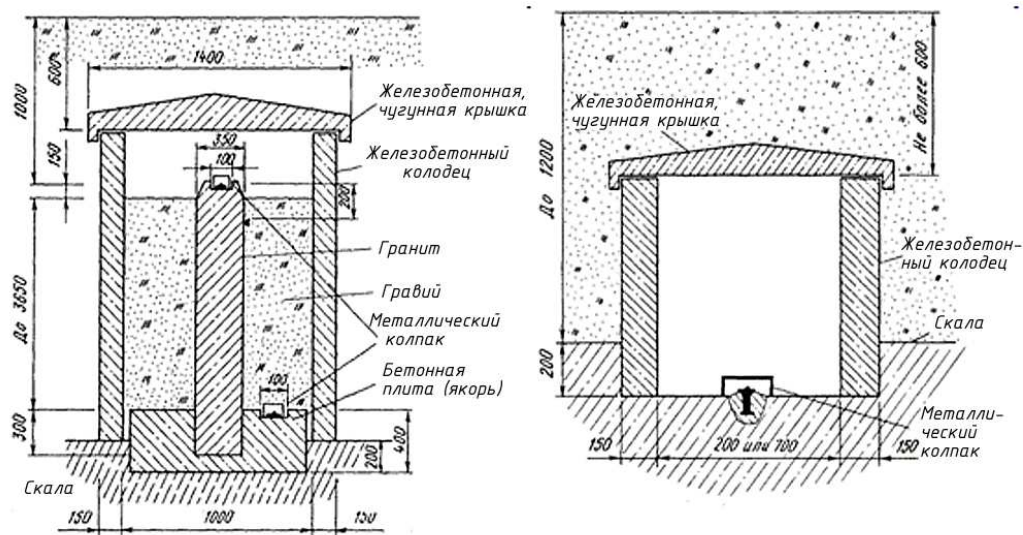


Рис. 5. Вековые реперы для скальных грунтов

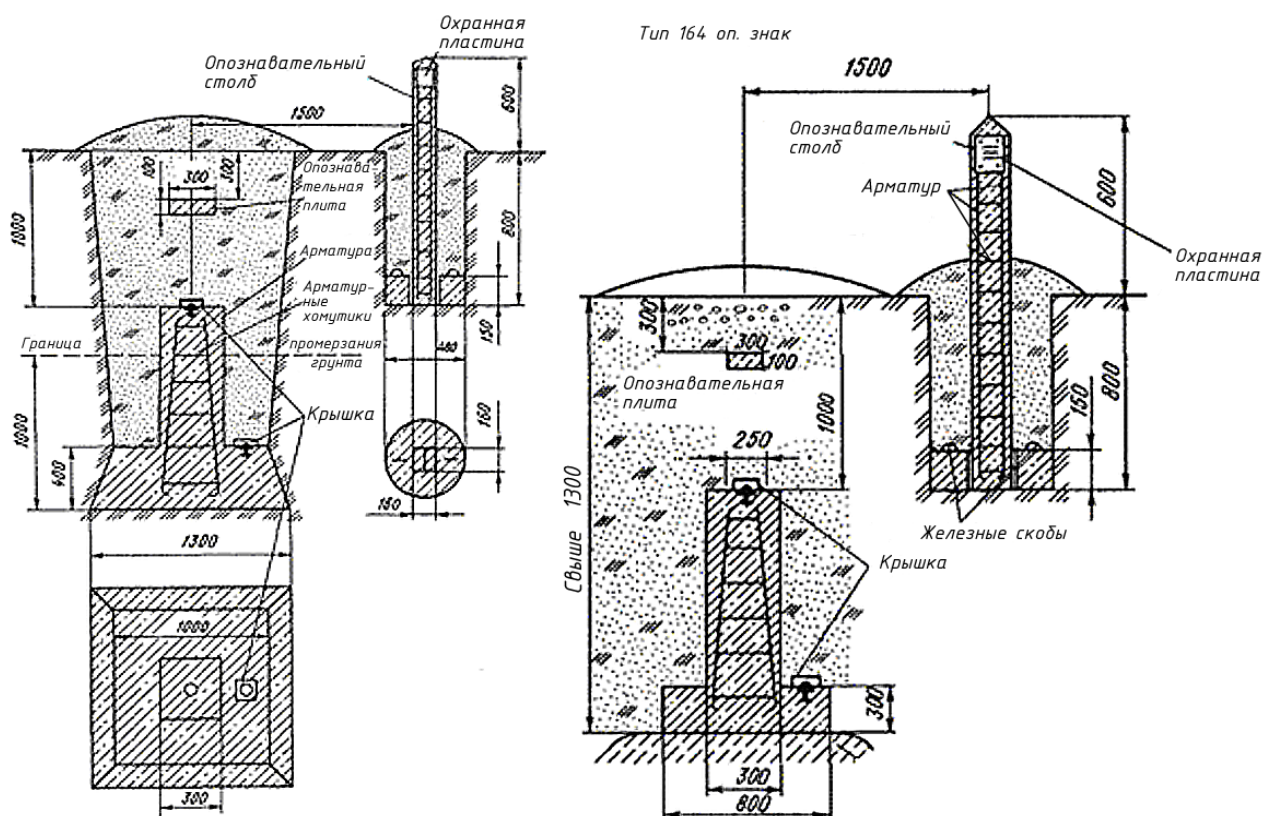


Рис. 6. Фундаментальные реперы
а) для районов с сезонным промерзанием грунтов и с многолетней мерзлотой; б) для скальных грунтов

При проложении нивелирных ходов I и II классов фундаментальные реперы (рис. 6) закладываются через 50 - 80 км, а постоянные реперы для всех

классов нивелирования закрепляются через 5 - 7 км. При производстве крупномасштабных топографических съёмок (1:5000 и крупнее). Расстояния между реперами для ходов нивелирования IV класса не должны превышать 1 км.

При закладке знаков на расстоянии 1 м от устанавливается опознавательный знак с охранной плитой.

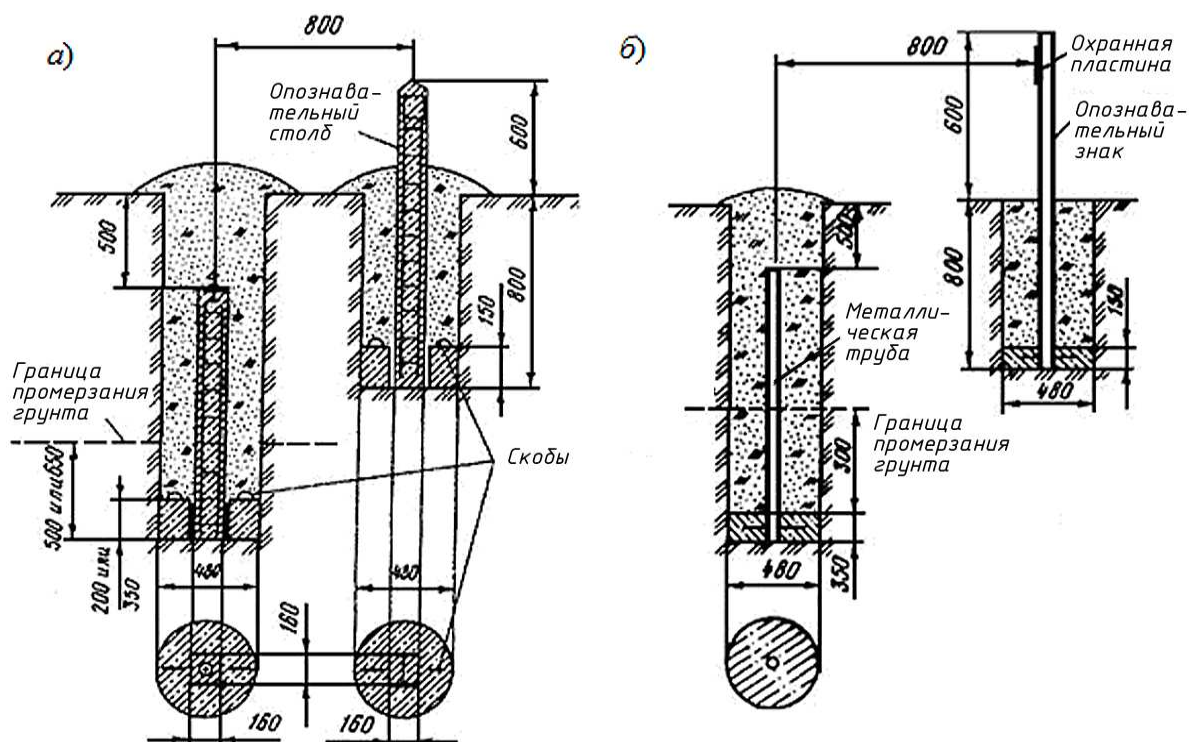


Рис. 7. Типы грунтовых реперов

Для территорий, имеющих незначительную глубиной промерзания грунта, можно использовать бетонные монолиты (рис. 7, а). Причем грунтовые реперы (рис. 7, б) в областях с сезонным промерзанием грунтов закладывают в пробуренные скважины диаметром 50 см.

Конструкция грунтового репера представляет собой железобетонный пилон сечением 16x16 см и бетонной плиты в качестве якоря диаметром 48 см. В верхнюю грань пилона цементируется марка (рис.7, а). В бетонную плиту устанавливают железобетонный пилон.

Можно вместо пилонa устанавливают асбоцементную трубу с диаметром около 16 см. Сверху в трубу вставляют нивелирную марку. Если используется асбоцементная труба, то для усиления связи ее основания с якорем на высо-

те 7 - 10 см от основания закрепляют два взаимно перпендикулярных стержня длиной 25 см и диаметром 1,0 - 1,2 см.

1.2. Сущность геометрического нивелирования

Рельефом местности называют совокупность неровностей земной поверхности. Определение превышения одной точки относительно другой производится с помощью нивелирования. Нивелирование производится для изучения форм рельефа и определения превышений отдельных точек конструкций и сооружений в целом при проектировании, строительстве и эксплуатации.

Геометрическое нивелирование основано на горизонтальном положении визирного луча, которое задается с помощью нивелиров.

Существуют следующие способы геометрического нивелирования:

- нивелирование из середины;
- нивелирование вперед.

В первом инструмент устанавливается посередине между точками *A* и *B*, на которые ставятся нивелирные рейки (рис. 8).



Рис. 8. Схема нивелирования из середины

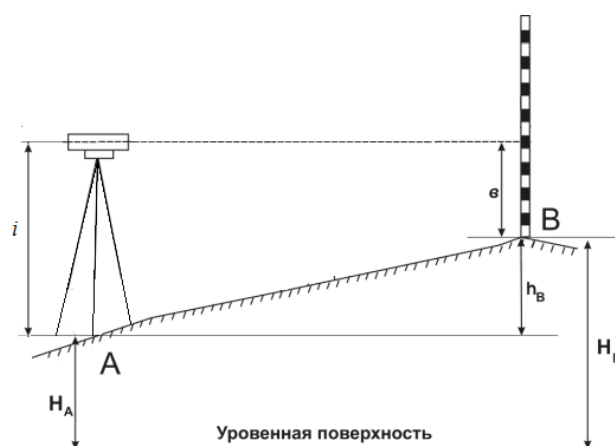


Рис. 9. Схема нивелирования вперед

По рейкам берутся отсчеты и вычисляется превышение точки *B* относительно точки *A* по формуле

$$h = a - b, \quad (1.2)$$

где *a* и *b* – отсчеты по задней и передней рейками соответственно.

Отметка точки B относительно точки вычисляется

$$H_B = H_A + h. \quad (1.3)$$

Во втором случае (рис. 9) нивелир устанавливают над точкой A таким образом, чтобы отвес, опущенный от окуляра, должен находиться над точкой A , а нивелирная рейка ставится на точку B . С помощью рулетки измеряется высота нивелира i над точкой A и берут отсчет b по рейке. Превышение h вычисляется по формуле

$$h = i - b. \quad (1.4)$$

Часто приходится для вычисления отметок точек использовать горизонт инструмента $H_{ГИ}$. За горизонт инструмента принимается расстояние по вертикали от уложенной поверхности до визирного луча и вычисляется согласно

$$H_{ГИ} = H_A + a = H_B + b. \quad (1.5)$$

Отметку точки B можно вычислить либо через превышение между точками A и B по формуле (1.3), либо через горизонт прибора

$$H_B = H_{ГИ} - b. \quad (1.6)$$

В том случае, если между точками A и B имеется значительное расстояние и превышение между ними нельзя измерить с одной станции, то по направлению AB закрепляют промежуточные точки 1, 2, 3 и т.д. и измеряют превышение по частям (рис. 10). В таком случае отметка точки B определится по формуле

$$H_B = H_A + \sum h_i. \quad (1.7)$$

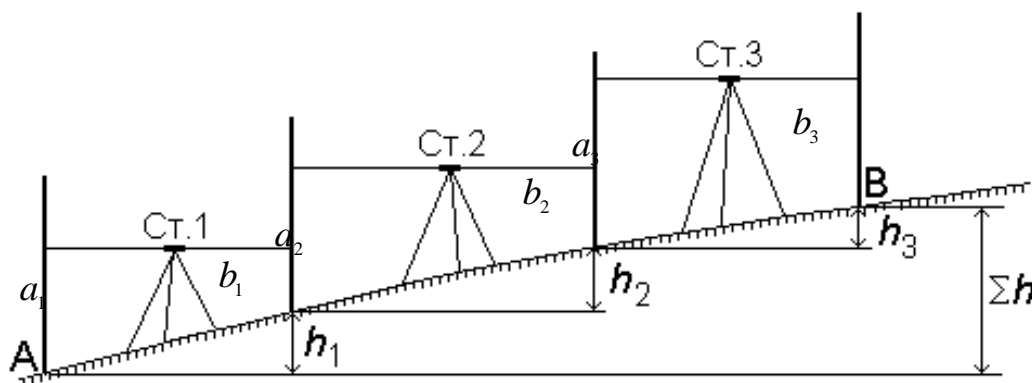


Рис.10. Схема нивелирного хода

1.3. Влияние кривизны Земли и вертикальной рефракции на горизонтальные и вертикальные измерения

Отметку точки можно представить как координату, определяющую ее положение относительно поверхности эллипсоида вращения. Отметки точек, расположенных на поверхности такого эллипсоида определяют фигуру Земли.

Различают в геодезии четыре системы высот: приближённые, ортометрические, нормальные и динамические высоты.

На поверхности Земли фиксируется и используется направление силы тяжести, что соответствует отвесному, т.е. вертикальному направлению.

Принимая уровенные поверхности за горизонтальные плоскости, а направления силы тяжести в точках A и B (рис. 8) считать параллельными, то превышение между точками A и B определится формулой (1.2). Каждой точке или контуру на земной поверхности соответствует точка или контур на поверхности проецирования.

Поверхность Земли примем за шар радиуса R (рис. 11). В этом случае необходимо найти соответствие длины дуги TB

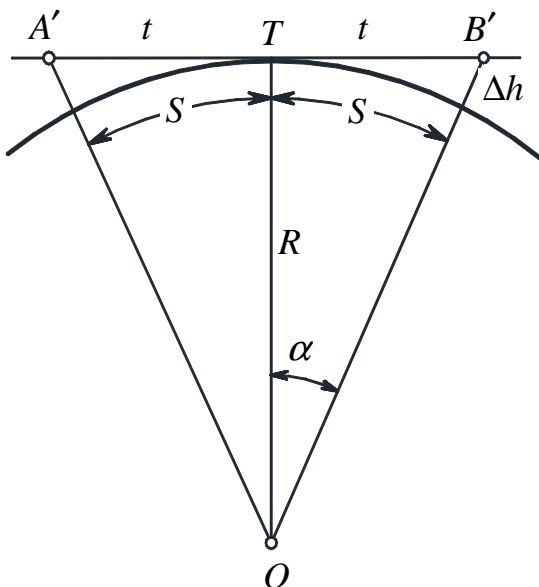


Рис. 11. Схема определения поправок за кривизну земной поверхности

$= S$ длине касательной $TB' = t$.

Имеем $t = R \operatorname{tg} \alpha$ и $S = R \alpha$. Обозначим разность $t - S$ через Δt , тогда

$$\Delta t = R(\operatorname{tg} \alpha - \alpha). \quad (1.8)$$

Поскольку величина t мала по отношению к радиусу R , а соответственно мал и угол α , то можно записать следующее выражение

$$\Delta t = R \frac{\alpha^3}{3} = R \frac{S^3}{3R^3} \approx \frac{t^3}{3R^2}. \quad (1.9)$$

Если принять $R = 6000$ км, $t = 10$ км, то

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{1}{3 \cdot 36 \cdot 10^4} \approx \frac{1}{1000000}.$$

Следовательно, можно считать, что участки земной поверхности соответствующие площади 20х20 км в любом случае являются плоскими. Определим влияние кривизны на вертикальные измерения

$$t^2 = (R + \Delta h)^2 - R^2 = 2R \cdot \Delta h + \Delta h^2$$

или в силу малости Δh по отношению к радиусу Земли

$$\Delta h = \frac{t^2}{2R}. \quad (1.10)$$

Положение точки B относительно точки A по высоте будут равны разности отрезков AM и BN

$$h = AM - BN.$$

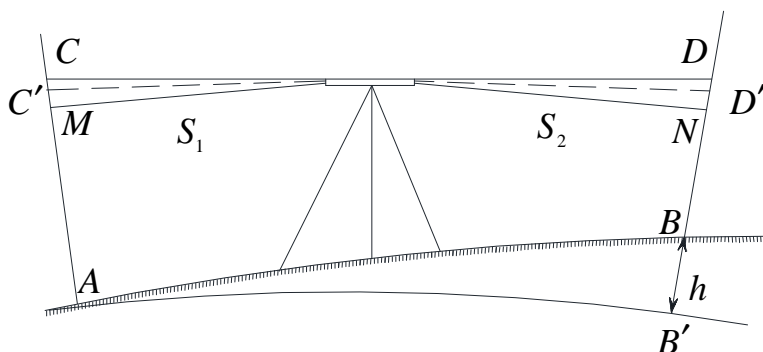


Рис. 12. Влияние кривизны Земли и рефракции на измеряемое превышение хода

Согласно рис. 12

$$AC = AM + MC = AC' + C'C,$$

где $AC' = a$ - отсчёт по рейке в точке A ;

$C'C$ - влияние рефракции r_1 в точке A ;

AM - расстояние между уровнями поверхностей нивелира и точки A ;

MC - влияние кривизны Земли p_1 в точке A

$$BD = BN + ND = BD' + D'D,$$

где BD' - отсчёт b по рейке в точке B ;

$D'D$ - влияние рефракции r_2 в точке B ;

BN - расстояние между уровнями поверхностей нивелира и точки B_2 ;

ND - влияние кривизны Земли p_2 в точке B .

Следовательно:

$$a + r_1 = AM + p_1,$$

откуда

$$AM = a + r_1 - p_1;$$

$$b + r_2 = BN + p_2,$$

следовательно

$$BN = b + r_2 - p_2.$$

Величина $(p_1 - r_1)$ является совместным влиянием за кривизну Земли и рефракцию в точке A и обозначают f_1 , а величину $(p_2 - r_2)$ - в точке B и обозначают f_2 .

Далее следуют

$$h = (a - b) - (f_1 - f_2);$$

$$f_1 = p_1 - r_1 = \frac{s_1^2}{2R} - k \frac{s_1^2}{2R} = \frac{(1-k)}{2R} s_1^2; \quad (1.11)$$

$$f_2 = p_2 - r_2 = \frac{s_2^2}{2R} - k \frac{s_2^2}{2R} = \frac{(1-k)}{2R} s_2^2; \quad (1.12)$$

$$h = (a - b) - \frac{(1-k)}{2R} \cdot (s_1^2 - s_2^2). \quad (1.13)$$

Приняв одинаковые расстояния от нивелира до реек ($s_1 \approx s_2 \approx 100$ м), определим влияние $(f_1 - f_2)$ при $|s_1 - s_2| \leq 3$ м

$$(f_1 - f_2) = \frac{(1-k)}{2R} \cdot (s_1^2 + s_2^2) \cdot (s_1^2 - s_2^2) = 0,04$$

При нивелировании из середины влиянием кривизны земли и рефракции можно пренебречь.

1.4. Классификация нивелиров

Согласно действующим ГОСТам нивелиры по точности подразделяются на три типа: высокоточные – Н-05; точные – Н-3; технические – Н-10.

Для производства нивелирования III и IV классов согласно «Инструкции по нивелированию I, II, III и IV классов» применяются точные нивелиры (рис. 14 и 15), основные параметры которых приведены ниже.



Рис. 13. Высокоточный нивелир Н-05

Устройство базовой модели нивелира Н-3 приведено на рис. 14. Внешний вид нивелира с компенсатором приведен на рис. 15. Ниже приводятся оптические схемы базового нивелира Н-3 (рис 16), зрительной трубы, предназначение и устройство цилиндрического и круглого уровней.

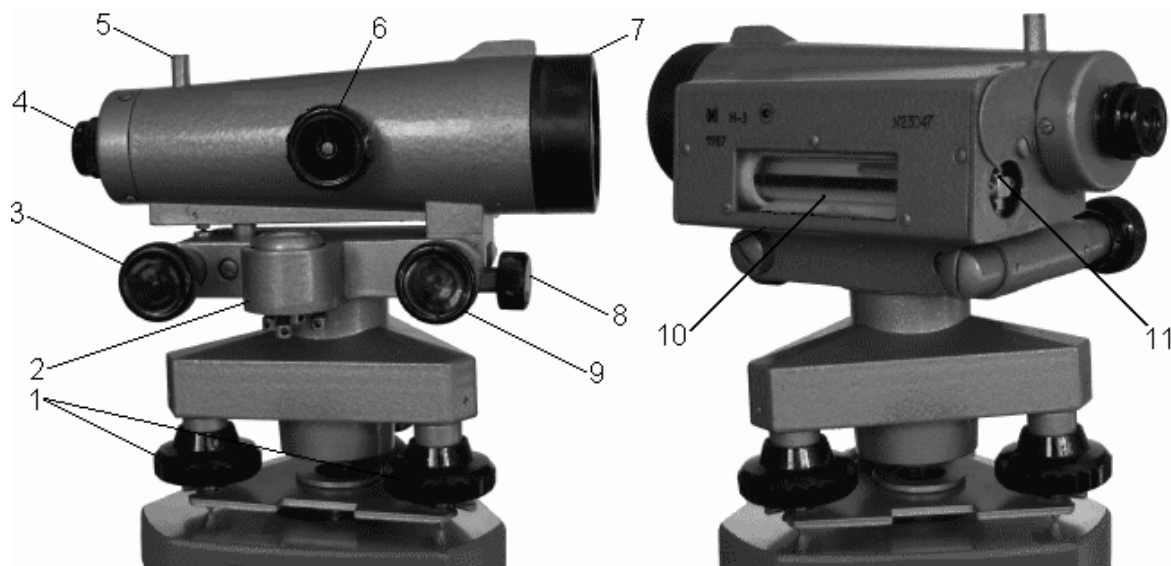


Рис. 14. Нивелир Н-3

1 – подъемные винты; 2 – круглый уровень; 3 – элевационный винт; 4 – окуляр с диоптрийным кольцом; 5 – визир; 6 – кремальера; 7 – объектив; 8 – закрепительный винт; 9 – наводящий винт; 10 – цилиндрический уровень; 11 – юстировочные винты цилиндрического уровня

Для точных нивелиров установлены следующие основные характеристики:

- увеличение зрительной трубы
- наименьшее расстояние визирования
- коэффициент нитяного дальномера

$V^* \geq 30$,
2 м,
 $100 \pm 1\%$,

- цена деления цилиндрического уровня при трубе $15'' \pm 1.5''$,
- цена деления круглого установочного уровня $10' \pm 2'$,
- масса не более 3 кг.

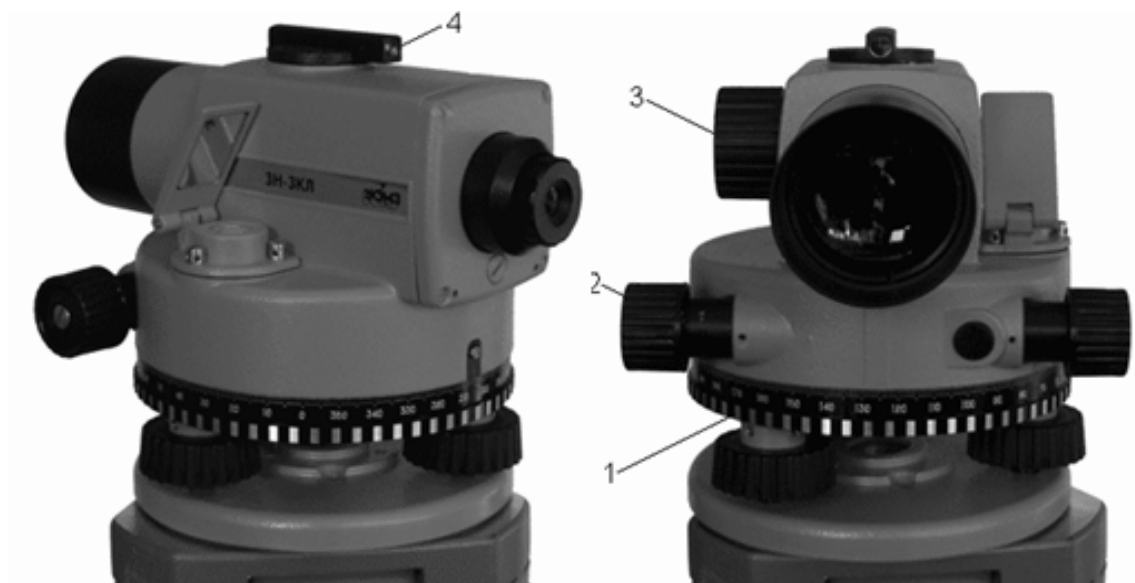


Рис. 15. Нивелир ЗН-ЗКЛ с компенсатором и лимбом:
1 – лимб; 2 – наводящий винт; 3 – кремальера; 4 – визир

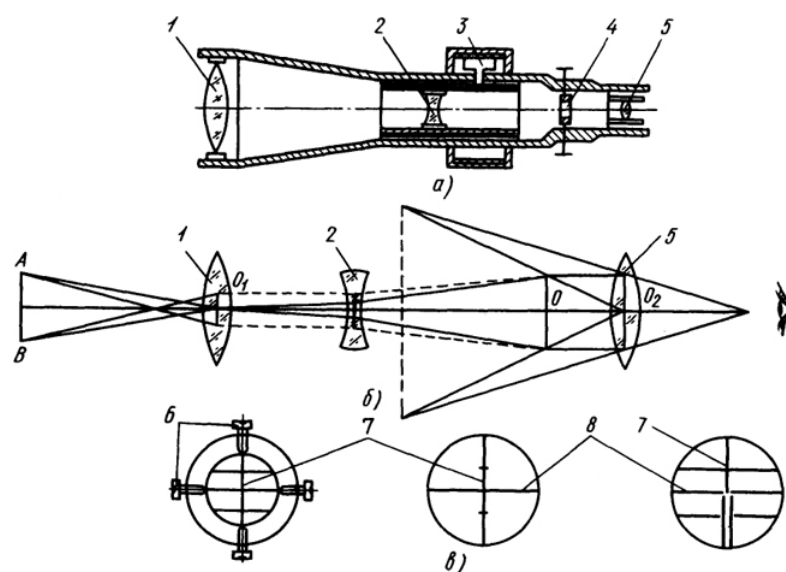


Рис. 16. Зрительная труба нивелира
а) – разрез; б) - оптическая схем; в) - поле зрения и сетки нитей
1 – объектив; 2 – линза; 3 – кремальера; 4 – стеклянная пластина; 5 – окуляр;
6 - регулировочные винты; 7, 8 - вертикальные и горизонтальные нити

В нивелирах основным элементом является зрительная труба (рис. 16, а), представляющая собой оптическую систему, расположенную в металлическом корпусе. Современные геодезические нивелиры в конструктивном отношении

используют зрительные трубы с внутренней фокусировкой. Оптическая схема состоит из объектива 1, на противоположном конце – окулярная часть, содержащая окуляр 5 с диоптрийным кольцом. Далее следует обойма с диафрагмой, в которую вставляется сетка нитей 4. Между обоймой с сеткой нитей и объективом располагается либо двояковогнутая линза 2, либо плосковогнутая линза (фокусирующая), перемещая которую с помощью винта кремальеры добиваются четкого изображения предмета.

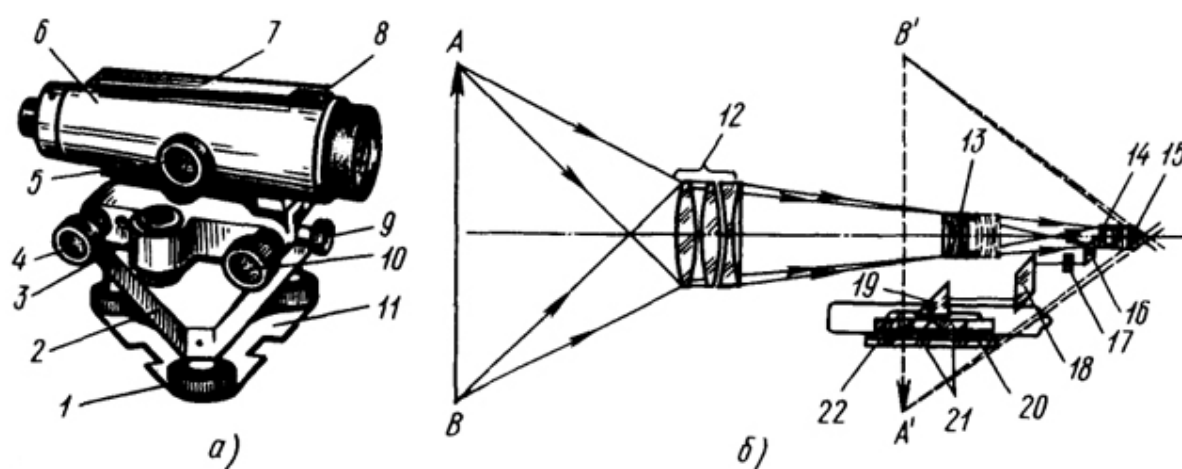


Рис. 17. Нивелир Н-3 (а) и его оптическая схема (б):

1, 4, 5, 9, 10 – винты; 2 – подставка; 3, 7 – уровни; 6 – зрительная уруба; 8 – визир;
11 – установочная прижимная пластина; 12 – объектив; 13 – фокусирующая линза;
14 – сетка нитей; 15 – окуляр; 16 – 19, 21 – призмы и линзы; 20 – зеркало; 22 – уровень

Основными характеристиками зрительной трубы являются ее увеличение и разрешающая способность. У зрительных труб при исследовании иногда определяют увеличение V зрительной трубы.

Практически увеличение трубы принимается равным отношению фокусного расстояния объектива к фокусному расстоянию окуляра:

$$V = f_{об}/f_{ок}. \quad (1.14)$$

Современные геодезические инструменты имеют зрительные трубы 20 - 50^x увеличение. Чем больше увеличение трубы, тем большую разрешающую способность имеет зрительная труба, тем выше возможности инструмента.

Геодезические нивелиры, предназначенные для выполнения работ для передачи отметки, как на строительные площадки, созданию высотных опорных сетей, наблюдению за вертикальными деформациями и др. виды работ, связанных с высотным положением определяемых точек, снабжаются уровнями. По своему виду уровни геодезических инструментов бывают цилиндрические и круглые.

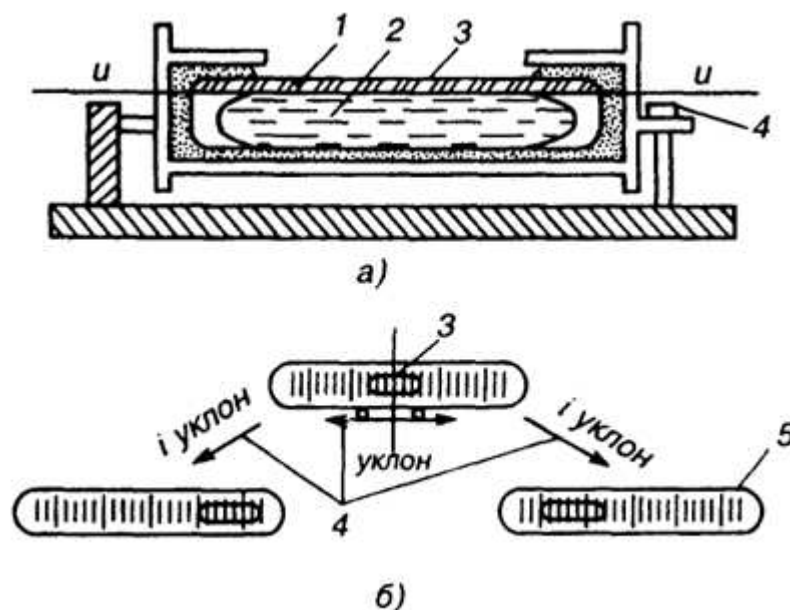


Рис. 18. Цилиндрический уровень и уклоны при положении пузырька:
 а) вид сбоку, б) вид сверху; 1 - ампула, 2 - жидкость, 3 - пузырек,
 4 - исправительный винт, 5 - уклон ампулы

Цилиндрический уровень (рис. 18) представляет собой ампулу 1, заполненную либо спиртовой, либо эфирной жидкостью 2. Внутри жидкости располагается пузырек 3 уровня. Внутренняя поверхность ампулы в верхней ее части имеет сферическую форму. На внешней наружной поверхности ампулы имеются миллиметровые деления. Средняя точка, расположенная между штрихами шкалы, является точкой отсчета и называется нуль-пунктом. Если к этой точке провести касательную к внутренней поверхности ампулы, то эта касательная будет являться осью цилиндрического уровня.

Пузырек всегда стремится занимать преобладающее, т.е. наивысшее положение. Цена деления уровня определяется углом наклона, на который пузы-

рек переместится на одно деление относительно начального положения. Цена деления цилиндрических уровней геодезических нивелиров колеблется в довольно таки широком диапазоне от 2'' до 60''.

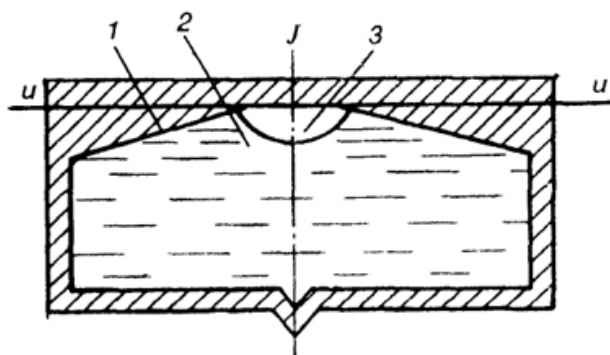


Рис. 19. Круглый уровень
1 - ампула, 2 - жидкость, 3 – пузырек

Круглый уровень (рис. 19) отличается от цилиндрического тем, что его верхняя часть отшлифована по сферической поверхности. Деления на внешней стороне представляют собой концентрические окружности, а осью уровня является радиус сферы, проходящий через нуль-пункт. Цена деления круглых уровней от нескольких минут до нескольких десятков минут.

Существенным образом возросли требования к качеству строительства, ведению строительно-монтажных работ, монтажу современного технологического оборудования. Все это потребовало разработки более совершенных инструментов и соответственно разработки новых геодезических технологий.

Вследствие этого было разработано большое количество геодезических инструментов нового поколения. Кроме того инструменты нового поколения, позволили не только повысить точность выполнения работ, но во многих случаях автоматизировать производство измерений. В том числе и работы связанные с нивелированием.

Для автоматизации геодезических работ созданы высокоточные электронные тахеометры, цифровые и лазерные нивелиры (рис. 17). Электронный теодолит, в отличие от обычных оптических теодолитов, имеет на горизонтальном и вертикальном кругах высокоточные датчики углов, от которых отсчеты передаются на индикацию и регистра

Нивелиры Trimble DiNi 03 являются цифровыми инструментами для высокоточного определения превышений, входящих в набор продукции Trimble Integrated Surveying.

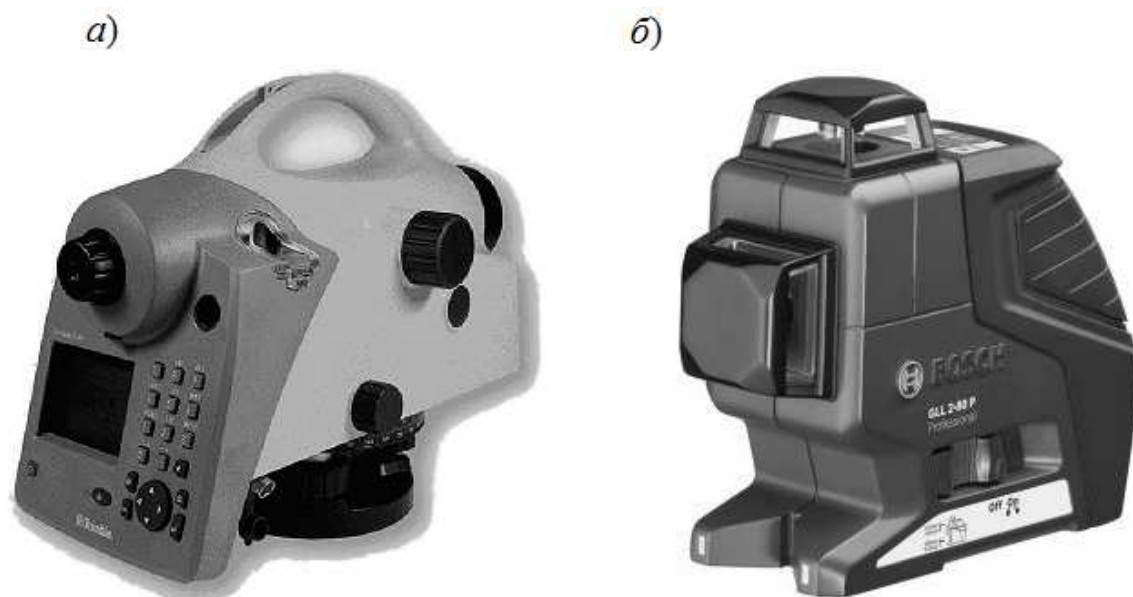


Рис.20. а) - цифровой нивелир Trimble DiNi 03;
б) - лазерный нивелир Bosch GLL 2-80

Технические характеристики нивелира Trimble DiNi 03

СКО превышения на 1 км двойного нивелирного хода Trimble DiNi 03

Электронные измерения:

Точная инварная рейка со штрих-кодовой разметкой 0,3 мм

Стандартная рейка со штрих-кодовой разметкой 1,0 мм

Визуальные измерения 1,5 мм

Дальность

Электронные измерения 1,5 м – 100 м

Дискретность измерения высоты 0,01 мм

Технические характеристики нивелир Bosch GLL 2-80

Назначение линии

Возможности 2 плоскости.

По 2 плоскости по 360°

Рабочий диапазон без приемника 40 м

Рабочий диапазон с приемником 80 м

Точность измерения $\pm 0,2$ мм/м

Тип лазера 640 нм, класс 2

Диапазон самонивелирования $\pm 4^{\circ}$

Питание 4 батареи типа AA (1,5 В)

Время работы батарей 18 часов

1.5. Нивелирные рейки

Для производства нивелирования выпускаются рейки: РН-10, РН-3, РН-05. Для нивелирования III и IV классов применяются рейки типа РН-3. Рейки в основном двухсторонние с сантиметровыми делениями в виде шашек. На одной стороне деления нанесены черным цветом (черная сторона), а на другой - красным цветом (красная сторона). Черная сторона является основной и оцифровка всех реек начинается с нуля. Красная сторона контрольная и разность отсчетов по красной и черной сторонам является величиной постоянной, называется разностью пяток и составляет для пары реек 4687 и 4787 мм. В последнее время стали выпускаться рейки с разностью пяток 4700 и 4800 мм. Превышения, вычисленные по черным сторонам реек, являются фактическими, а превышения по красным сторонам реек отличаются на ± 100 мм. При получении среднего превышения на станции это различие необходимо учитывать.

Рейки РН-05 (рис. 21) применяются для высокоточных работ и изготовлены из деревянных брусков, посередине которых имеется желоб, в котором помещаются с натяжением штриховые инварные полосы. Штрихи нанесены на инварные ленты с интервалом 5 мм. Отсчеты по шкалам при помощи микрометра нивелира Н-05 берутся с точностью 0,1 мм.

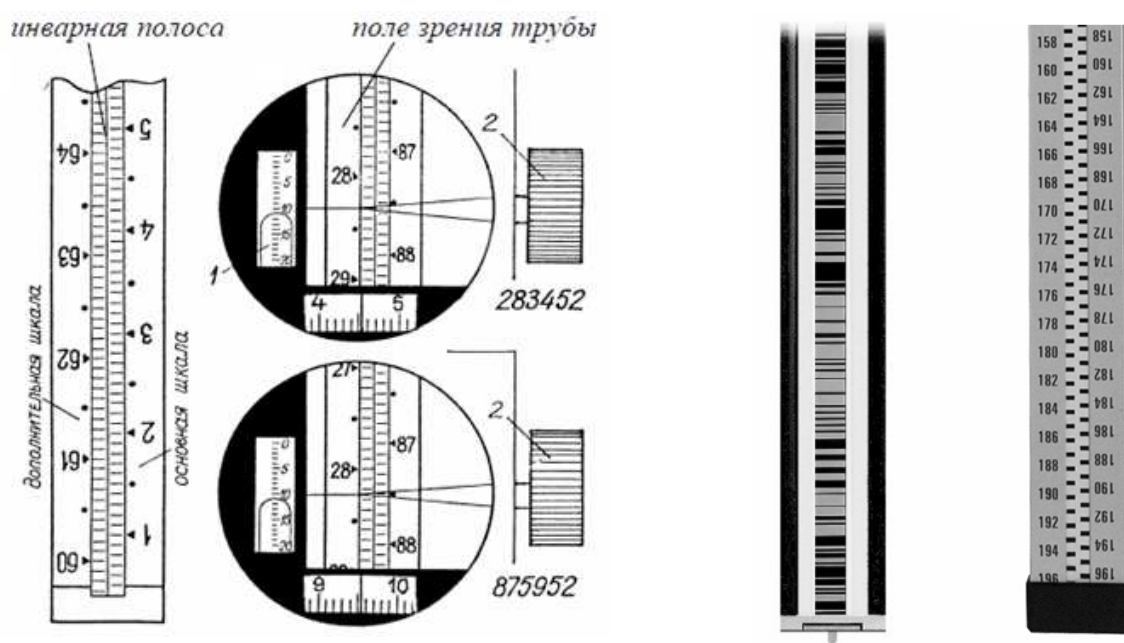


Рис. 21. Инварные рейки

Нивелирные рейки для нивелирования III – IV класса и технического изготавливают из деревянных брусков двутаврового сечения шириной 8 – 10 см и толщиной 2 – 3 см.

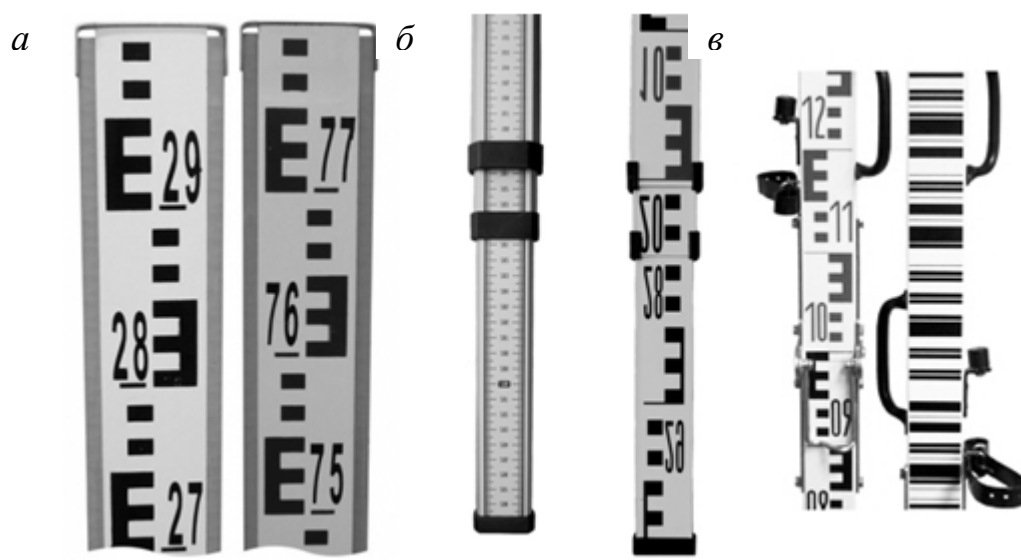


Рис. 22. Нивелирные рейки:

а – шашечная рейка РН-3; *б* – рейка нивелирная телескопическая; *в* – рейка нивелирная Trimble LD24

Рейка РН-3 (рис. 22) имеет длину 3 м. Деления нанесены через 1 см. Нижняя часть рейки заключена в металлическую оковку и называется пяткой.

1.6. Поверки и исследования точных нивелиров

1.6.1. Поверки точных нивелиров

Поверками являются действия, в результате которых выявляется правильность расположения основных осей инструмента. При обнаружении какого-либо несоответствия его исправляют с помощью юстировочных (исправительных) винтов.

1. Первая поверка. Ось круглого уровня должна быть параллельна оси вращения нивелира.

Располагаем круглый уровень по направлению одного из подъемных винтов и, вращая два других винта одновременно в разные стороны, выводим пузырек уровня в плоскость, перпендикулярную этим винтам. Затем с помощью первого винта приводим пузырек в нуль-пункт. После этого поворачиваем нивелир на 180°. Если пузырек уровня останется в центре ампулы, то условие вы-

полнено. При отклонении пузырька от нуль-пункта с помощью исправительных винтов его перемещают на половину дуги смещения к нуль-пункту, а на другую половину - подъемными винтами. После этого поверку повторяют, чтобы убедиться в выполнении данного условия.

2. Вторая поверка. Горизонтальная нить сетки нитей должна быть перпендикулярна оси вращения инструмента.

Приводят инструмент в рабочее положение, на расстоянии 20-30 м от него устанавливают рейку в вертикальном положении. Наводят зрительную трубу таким образом, чтобы один из концов горизонтальной нити был наведен на рейку и берут отсчет. Затем микрометрическим винтом переводят рейку в другое крайнее положение горизонтальной нити и снова берут отсчет. Если сетка нитей исправна, то отсчеты будут либо одинаковыми, либо отличаться не более чем на 1 мм.

При неисправном положении сетки нитей ослабляют юстировочные винты сетки нитей и поворачивают диафрагму, приводя нить в горизонтальное положение. После этого поверку повторяют.

3. Третья поверка. Поверка главного условия нивелира с уровнем при трубе. Ось цилиндрического уровня должна быть параллельна визирной оси зрительной трубы.

Согласно требований инструкции по нивелированию для всех типов нивелиров вычисляется угол i , который образуется отклонением визирной оси нивелира от горизонтального положения, и определяется одним из следующих способов:

- 1) нивелированием вперед;
- 2) нивелированием из середины в сочетании с нивелированием вперед;
- 3) нивелированием с различными плечами.

Число определений в каждом из способов должно быть не менее трех. Полученное значение угла i при любом способе для всех типов нивелиров не должно быть больше 10".

Первый способ основан на принципе двойного нивелирования двух точек 1 и 2, закрепленных на местности. Расстояние между точками составляет 50 – 55 м (рис. 23).

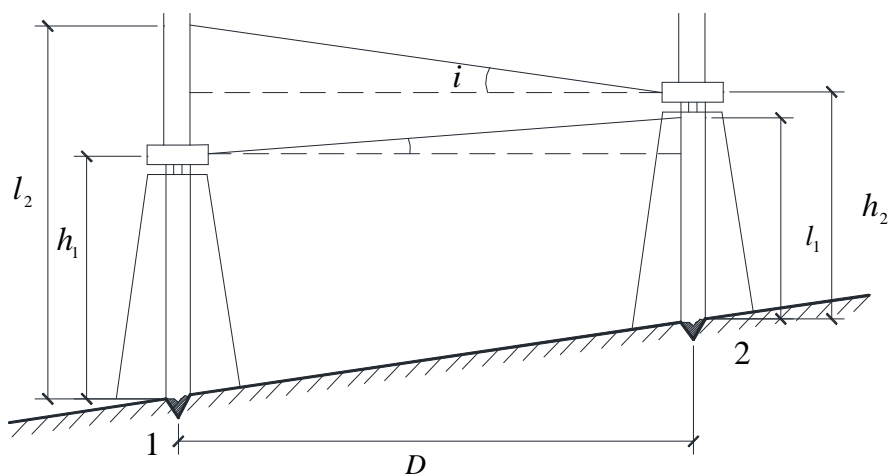


Рис. 23. Взаимное расположение нивелира и реек при определении угла i по способу нивелирования вперед

Нивелир устанавливается над одной из точек так, как описано при нивелировании вперед, приведя его в рабочее положение, измеряют с помощью рулетки высоту инструмента h_1 относительно точки 1 с точностью до 1 мм, а затем берут отсчет l_2 по рейке, расположенной в точке 2. После этого рейку и нивелир меняют местами и измерения повторяют, т.е. измеряют высоту h_2 и берут отсчет l_1 . Вычисляют угол i по формуле:

$$i = \frac{[(h_1 + h_2) - (l_1 + l_2)] \cdot \rho}{2D}, \quad (1.15)$$

где D - расстояние между точками 1 и 2.

При использовании второго способа на расстоянии 70 - 75 м друг от друга на местности закрепляют две точки (рис. 24), на которые устанавливают рейки. На одинаковом расстоянии от реек устанавливают нивелир и берут отсчеты по рейкам l_1 и l_2 . Согласно полученным отсчетам вычисляют превышение h .

Затем переставляют нивелир к одной из реек на расстояние 3 - 5 м либо перед рейкой, либо за ней. Визируют зрительную трубу на заднюю и переднюю рейки, берут отсчеты l_1' и l_2' определяют превышение h' . Величина угла i вычисляется по формуле:

$$i = \frac{[(l_1 + l_2) - (l'_1 + l'_2)] \cdot \rho}{D} = \frac{h - h'}{D} \cdot \rho. \quad (1.16)$$

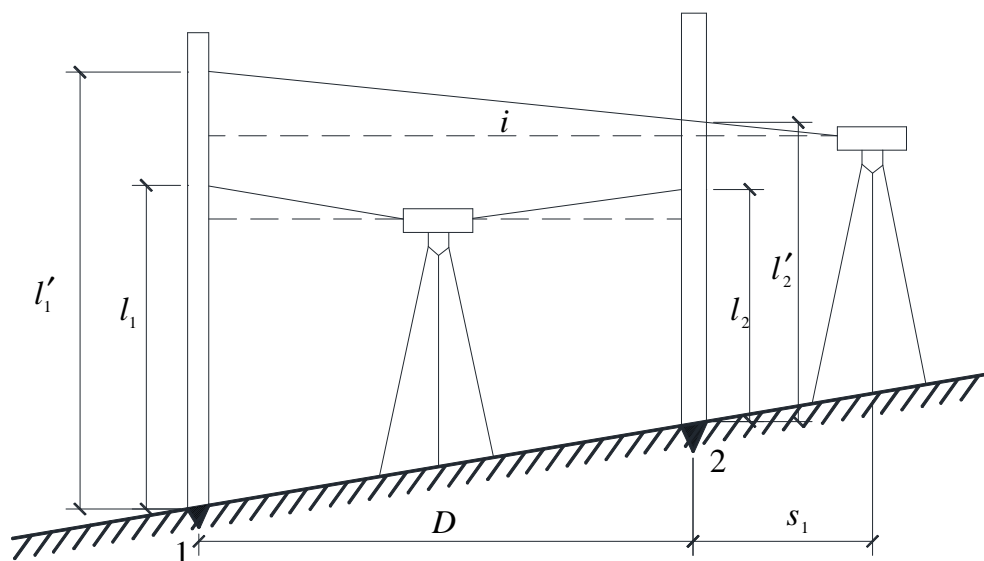


Рис. 24. Взаимное расположение нивелира и реек при определении угла i по способу нивелирования из середины в сочетании с нивелированием вперед

Третий способ определения угла i заключается в следующем: на расстоянии 50 - 70 м закрепляют две точки 1 и 2 и определяют превышение между ними с двух произвольных станций. При этом нивелир устанавливают поочередно на расстояния 3 - 5 м от каждой рейки в продолжении створа 1 - 2 (рис. 25). Сначала берут отсчет l_1 по ближней рейке, а затем производят отсчет l_2 по дальней рейке.

На второй станции производят аналогичные действия, берут отсчеты в обратной последовательности l'_1 : сначала по дальней рейке, затем l'_2 по ближней рейке. Угол i вычисляют по формуле:

$$i = \frac{X \cdot \rho}{D}, \quad (1.17)$$

где

$$X = \frac{l'_2 + l'_1}{D} - \frac{l_2 + l_1}{D}. \quad (1.18)$$

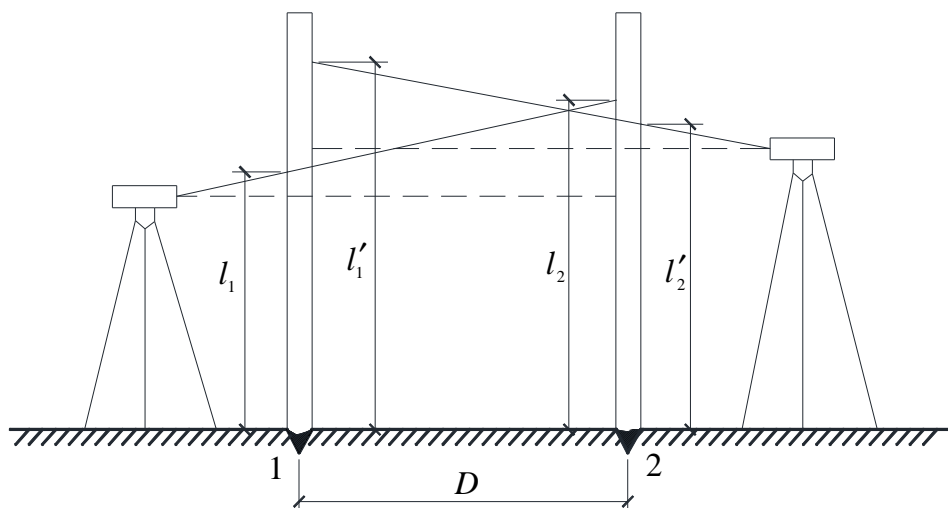


Рис. 25. Взаимное расположение нивелира и реек при определении угла i по способу нивелирования с разными плечами

Главное условие у нивелиров с компенсатором читается следующим образом: визирная ось зрительной трубы должна быть в горизонтальном положении в рабочем диапазоне компенсатора. Выполняется данная поверка также, как и для нивелиров с цилиндрическим уровнем.

Исследования нивелиров выполняются: полные для новых нивелиров или после капитального ремонта. Неполные исследования производятся перед полевыми работами:

- исследование качества зрительной трубы;
- исследование правильности хода фокусирующей линзы;
- исследование цилиндрического контактного уровня;
- определения коэффициента дальномера и асимметрии нитей;
- исследование качества работы элевационного винта;
- определение диапазона и ошибки работы компенсатора.

1.6.2. Определение цены деления уровня на экзаменаторе

Простой экзаменатор состоит из штанги длиной l , один конец которой закреплен шарнирно и не изменяется по высоте, а другой поднимается или опускается при помощи винта с делениями по окружности головки (рис. 26).

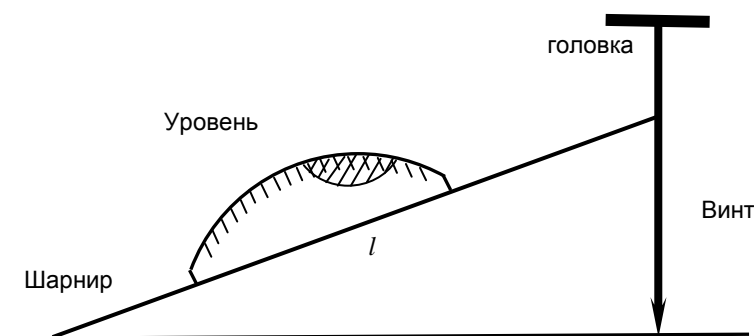


Рис. 26. Схема экзаменатора

Цена деления μ экзаменатора определяется углом наклона уровня при повороте винта на одно деление его шкалы. Цену деления уровня вычисляют по формуле:

$$\tau = \frac{\mu \cdot n}{\delta}, \quad (1.19)$$

где δ - число делений уровня, на которое сместился пузырек при повороте винта на n делений.

Исследование уровня производят на всю длину его шкалы в прямом и обратном перемещении пузырька двумя приемами. Окончательное значение цены деления вычисляют как среднее арифметическое из двух приемов.

На экзаменаторе определяют ошибку совмещения изображения концов цилиндрического уровня при трубе.

Устанавливают нивелир на площадке экзаменатора и приводят пузырек уровня близко к середин. С помощью измерительного винта совмещают концы пузырька уровня. Если в течение 5 - 10 секунд концы пузырька не разошлись, берут отсчет по шкале винта. Вращая винт в обратном направлении на некоторое число делений, снова совмещают концы пузырька. В одной серии делают 10 совмещений концов пузырька и каждый раз берут отсчеты. Во второй серии также выполняют 10 совмещений (табл. 2).

В каждой серии вычисляют среднюю квадратическую ошибку совмещения согласно формуле:

$$m_{совм} = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}, \quad (1.20)$$

где n - число отсчетов в полуприеме.

Таблица 2

Определение средней квадратической ошибки
при исследовании цилиндрического уровня

Экзаметатор № 602 МО = 1" $t_{нач} = 21,3^\circ C$ $t_{кон} = 21,8^\circ C$

| Отсчет по шкале измерительного винта | | v_1 | v_2 |
|---|--------------|---|---|
| Ввинчивание | Вывинчивание | | |
| 41,4 | 41,8 | +0,26 | +0,45 |
| 41,3 | 41,2 | +0,16 | -0,15 |
| 41,3 | 41,4 | +0,16 | +0,05 |
| 40,7 | 41,5 | -0,44 | +0,15 |
| 41,3 | 41,2 | +0,16 | -0,15 |
| 40,7 | 41,1 | -0,44 | -0,26 |
| 40,8 | 41,3 | -0,34 | -0,05 |
| 41,0 | 41,3 | -0,14 | +0,05 |
| 41,6 | 41,4 | +0,46 | -0,05 |
| 41,3 | 41,3 | +0,16 | +0,05 |
| 41,14 | 41,35 | $\Sigma v_1 = 0,00$ $\Sigma v_1 v_1 = 0,904$ | $\Sigma v_2 = 0,00$ $\Sigma v_2 v_2 = 0,345$ |

1.6.3. Исследование правильности хода фокусирующей линзы

На ровной площадке с твёрдым покрытием забивают несколько дюбелей радиально согласно рисунку 27.

В точку A устанавливается нивелир, а рейку ставят поочередно в точках $C, 1, 2, \dots, 7$ и берут отсчеты. затем повторяют отсчёты, ставя рейку последовательно в точках $7, 6, \dots, 1, C$. Затем инструмент устанавливается точке C , а рейку - на точки $A, 1, 2, \dots, 7$ и снова отсчёты. Всего выполняют три серии измерений.

Средние значения превышения, вычисленные из результатов измерений всех точек, не должны отличаться от среднего значения превышения, полученного из середины (точка C), более чем на 4 мм. В этом случае нивелир считает-

ся пригодным к работе. Если расхождения превышают 4 мм, то нивелир нуждается в ремонте.

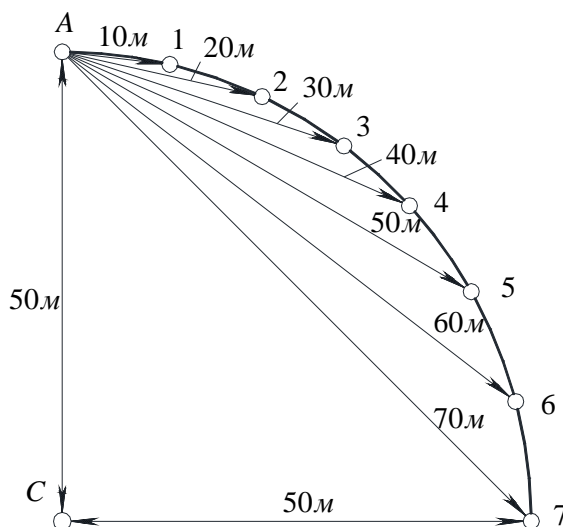


Рис. 27. Схема расположения точек при исследовании хода фокусирующей линзы

1.6.4. Определение коэффициента дальномера и асимметрии нитей

Коэффициент дальномера и асимметрию нитей определяют перед полевыми работами. Для нахождения коэффициента дальномера выбирают ровную площадку с незначительным уклоном. С помощью рулетки измеряют расстояния с относительной ошибкой не превышающей 1:1500. На расстоянии 50 м друг от друга забивают два колышка. Над первым колышком устанавливают нивелир, а на втором - рейку. Берут отсчеты по средней и дальномерным нитям черной и красной сторонам рейки. При помощи подъемного винта наклоняют трубу нивелира в разные стороны, смещая изображение пузырька уровня на 4 - 5 делений, и берут отсчеты по разным сторонам (черной и красной) рейки. Измерения повторяют, предварительно изменив высоту нивелира.

При исследованиях нивелиров с компенсатором высоту нивелира изменяют пять раз.

При исследовании нивелиров Н-3 используют только черную сторону рейки, при этом высот инструмента не меняется (табл. 3).

Таблица 3

Определение коэффициента дальномера
Нивелир Н-3 № 22176 D = 50,3 м

| Отсчеты по дальномерным нитям | $n - в$ |
|-------------------------------|-----------------|
| $в$ 1001 n 1503 | 502 |
| $в$ 1143 n 1647 | 504 |
| $в$ 0930 n 1433 | 503 |
| | Среднее = 503,0 |

Если зрительная труба нивелира имеет постоянную дальномера c , то коэффициент дальномера вычисляется по формуле,:

$$K = \frac{D - c}{(n - в)_{cp}}, \quad (1.21)$$

где c - постоянная дальномера;

D - длина базиса, мм;

$(n - в)_{cp}$ - средняя разность отсчетов по дальномерным нитям, мм.

При отсутствии постоянной дальномера c используется формула:

$$K = \frac{D}{(n - в)_{cp}}. \quad (1.22)$$

Расхождение коэффициента K от 100 должно быть не более 1%. Асимметрия нитей (в %) вычисляется согласно формуле:

$$A = \frac{2[(c - в)_{cp} - (n - c)_{cp}]}{(n - в)_{cp}}, \quad (1.23)$$

где $c, в, n$ - отсчеты по соответствующим штрихам сетки нитей.

Асимметрия дальномерных нитей не должна превышать 0,5%.

1.6.5. Определение диапазона и ошибки работы компенсатора

Компенсатор является устройством, позволяющим нивелирам с самоустанавливающейся визирной осью автоматически удерживать ее в горизонтальном положении. При изменении угла наклона зрительной трубы нивелира на малый угол компенсатор возвращает визирную ось в горизонтальное положение.

ние. При превышении угла наклона допустимого значения величины компенсации компенсатор не будет выполнять свои функции.

На схемах (рис. 28) и призмы, и зеркало подвешиваются с целью постоянно сохранять горизонтальное положение визирной оси.

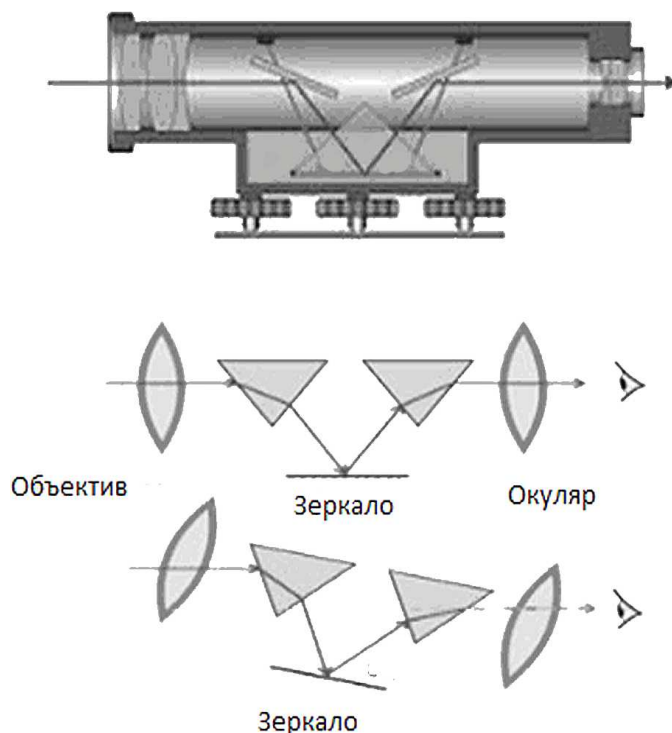


Рис. 28. Схемы расположения компенсатора

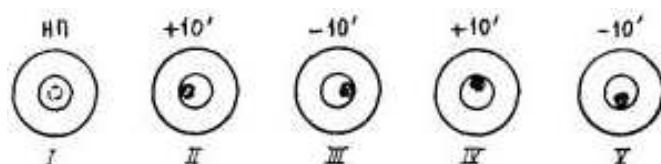


Рис. 29. Схема определения диапазона компенсатора

Полные исследования нивелира с компенсатором включают:

- определение средней квадратической ошибки установки в вертикальное положение оси вращения нивелира;
- определение диапазона колебаний визирной оси зрительной трубы при приведении ее горизонтальное положение;
- определение ошибки недокомпенсации и определение времени затухания колебаний.

Один из подъемных винтов располагают по направлению закрепленных точек (количество точек не менее 5), на которые устанавливают рейки и берут

отсчеты при различных положениях круглого уровня (рис. 29). Наблюдения выполняют сериями, общее число которых равно пяти. Во всех сериях измеряют превышения по обеим сторонам рек (табл. 4). Перед каждой новой серией меняется высота нивелира.

Если превышения, полученные при разных положениях круглого уровня, отличаются от исходного превышения более, чем на 3 мм для III -го класса или на 5 мм (IV класс), то нивелир не используется для измерения превышений, а нужно сдать его в мастерскую для юстировки.

Таблица 4

Определение качества работы компенсатора нивелира

Дата: 24.07.01 8 ч 20 мин. 2Н-ЗКЛ № 14567

s = 50,0 м

Ясно, спокойно, изображение слабо колеблющееся

| Номер серии | П р е в ы ш е н и е, мм | | | | |
|----------------|--------------------------|---------------------------------|---------|---------------------------------|---------|
| | Пузырек в нуль-пункте | Продольный наклон, угл. мин. | | Поперечный наклон, угл. мин. | |
| | | +10 | -10 | +10 | -10 |
| 1 | 1575,4 | 1575,4 | 1575,6 | 1575,4 | 1575,7 |
| | 1575,6 | 1575,5 | 1575,7 | 1575,4 | 1575,9 |
| 2 | 1575,0 | 1575,8 | 1575,0 | 1575,8 | 1576,0 |
| | 1575,8 | 1575,7 | 1575,6 | 1575,6 | 1575,8 |
| 3 | 1575,5 | 1575,3 | 1575,6 | 1575,4 | 1575,8 |
| | 1575,8 | 1575,4 | 1575,8 | 1575,6 | 1575, 8 |
| 4 | 1575,9 | 1575,0 | 1575,2 | 1575,7 | 1575,9 |
| | 1575,9 | 1575,4 | 1575,9 | 1575,7 | 1576,1 |
| 5 | 1575,4 | 1575,5 | 1575,6 | 1575,2 | 1575,8 |
| | 1575,5 | 1575,4 | 1575,8 | 1575,6 | 1575,8 |
| Среднее | 1575,68 | 1575,44 | 1575,78 | 1575,54 | 1575,86 |

Систематическую ошибку работы компенсатора в каждом случае вычисляют по формуле

$$\sigma_k = \frac{h_i - h_0}{\nu}, \quad (1.24)$$

где h_0 - превышение при положении пузырька в нуль-пункте;

h_i - превышение при наклоне нивелира;

ν - диапазон наклона нивелира в минутах дуги.

Затем подсчитывают среднее значение из четырёх измерений.

Диапазон работы компенсатора нивелиров типа Н-3 должен составлять 15', ошибка установки оси визирования - 0,5", систематическая ошибка действия компенсатора - 0,3" на одну минуту наклона нивелира.

Время затухания колебаний изображения рейки в поле зрения трубы не должно превышать 2".

1.7. Устройство, проверки и исследования нивелирных реек

Поверхность рейки должна представлять собой плоскость. Проверку этого условия выполняют с помощью либо тонкой нити, либо проволоки, натягивая их вдоль нивелирной рейки вдоль рейки, определяя просвет между ниткой и рейкой, который не должен превышать 10 мм (для инварной рейки – 5 мм).

Перед началом работ необходимо выполнить следующие исследования реек:

- правильность нанесения дециметровых делений;
- определить длины метровых интервалов реек;
- определить разности высот нулей реек.

Проверку правильности нанесения дециметровых делений выполняют при помощи контрольной линейки (рис. 30).



Рис. 30. Схема измерения метровых интервалов рейки в прямом ходе

У деревянных шашечных реек определяют ошибки дециметровых штрихов в интервале 1 - 29 по черной и 47 - 76 по красной сторонам рейки. Рейка укладывается на горизонтальную поверхность. Ошибки положения дециметро-

вых делений не должны превышать 0,4 мм для III и 0,6 мм для IV класса нивелирования.

Таблица 5

Поверка правильности нанесения дециметровых делений
деревянной рейки (черная сторона)

Контрольная линейка № 0545 $t_{нач} = 21,3^{\circ} C$ $t_{кон} = +22,4^{\circ} C$

| Номер дециметра | Отсчеты по контрольной линейке, мм | | Разность II - I, мм | Среднее из отсчетов, мм | Ошибка дециметрового деления, мм | Случайная ошибка дециметрового деления, мм |
|-----------------|------------------------------------|-----|---------------------|-------------------------|----------------------------------|--|
| | Положения | | | | | |
| | I | II | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| 1 | 0,00 | ,28 | 33 | 0,28 | 0,14 | |
| 2 | 100,12 | ,45 | 25 | 100,28 | +0,14 | +0,12 |
| 3 | 200,03 | ,28 | 35 | 200,16 | -0,12 | -0,14 |
| 4 | 300,15 | ,50 | 25 | 300,32 | +0,16 | +0,14 |
| 5 | 400,08 | ,33 | 30 | 400,20 | -0,12 | -0,14 |
| 6 | 500,20 | ,50 | 28 | 500,35 | +0,15 | +0,13 |
| 7 | 600,22 | ,50 | 34 | 600,36 | +0,01 | -0,01 |
| 8 | 700,10 | ,44 | 32 | 700,27 | -0,09 | -0,11 |
| 9 | 800,14 | ,46 | 30 | 800,30 | +0,03 | +0,01 |
| 10 | 900,35 | ,65 | 40 | 900,50 | +0,20 | +0,18 |
| 10 | 0,00 | ,40 | 45 | 0,20 | | |
| 11 | 100,05 | ,50 | 38 | 100,28 | +0,08 | +0,06 |
| 12 | 200,08 | ,46 | 35 | 200,27 | -0,01 | -0,03 |
| 13 | 300,03 | ,38 | 40 | 300,20 | -0,07 | -0,09 |
| 14 | 400,12 | ,52 | 44 | 400,32 | +0,12 | +0,10 |
| 15 | 500,14 | ,58 | 36 | 500,36 | +0,04 | +0,02 |
| 16 | 600,20 | ,56 | 41 | 600,38 | +0,02 | 0,00 |
| 17 | 700,15 | ,56 | 37 | 700,36 | -0,02 | -0,04 |
| 18 | 800,18 | ,55 | 45 | 800,36 | 0,00 | -0,02 |
| 19 | 900,17 | ,62 | 39 | 900,40 | +0,04 | +0,02 |
| 20 | 1000,16 | ,55 | 16 | 1000,36 | -0,04 | -0,06 |
| 20 | 0,00 | ,16 | 20 | 0,08 | | |
| 21 | 100,16 | ,36 | 14 | 100,26 | +0,18 | +0,16 |
| 22 | 200,26 | ,40 | 12 | 200,33 | +0,07 | +0,05 |
| 23 | 300,14 | ,26 | 20 | 300,20 | -0,13 | -0,15 |
| 24 | 400,00 | ,20 | 18 | 400,10 | -0,10 | -0,12 |
| 25 | 500,04 | ,22 | 2 | 500,13 | +0,03 | +0,01 |
| 26 | 600,06 | ,26 | 0 | 600,16 | +0,03 | +0,01 |
| 27 | 700,10 | ,20 | 10 | 700,15 | -0,01 | -0,03 |
| 28 | 800,24 | ,40 | 16 | 800,26 | +0,17 | +0,15 |
| 29 | 900,18 | ,34 | 16 | 800,32 | -0,06 | -0,08 |
| | | | | | Сумма = +0,70 | Сумма = +0,14 |

Сначала проверяют черную, а затем красную стороны рейки. Измерение каждого метрового отрезка выполняется дважды, при этом контрольную линейку при повторных измерениях сдвигают. Определяется температура кон-

трольной линейки перед началом и в конце. Пример записи измерений и обработки результатов приведен в табл. 5. Расхождения в отсчетах I - II в пределах метрового интервала не должны превышать 0,1 мм.

Систематическая ошибка положения дециметрового деления равна $0,70/28 = 0,025$ мм.

Максимальные ошибки дециметровых делений по результатам измерений составляют +0,18 и -0,15 мм.

Исследование метровых интервалов выполняют аналогичным образом. При горизонтальном положении рейки в прямом и обратном направлениях измеряют каждый интервал 1 - 10, 10 - 20, 20 - 29, 48 - 57, 57 - 67 и 67 - 76 (рис. 31). Интервал измеряется при двукратного отсчитывания на концах каждого метра контрольной линейкой. Сначала берут отсчет по левому концу, а затем по правому. При втором измерении контрольную линейку сдвигают.

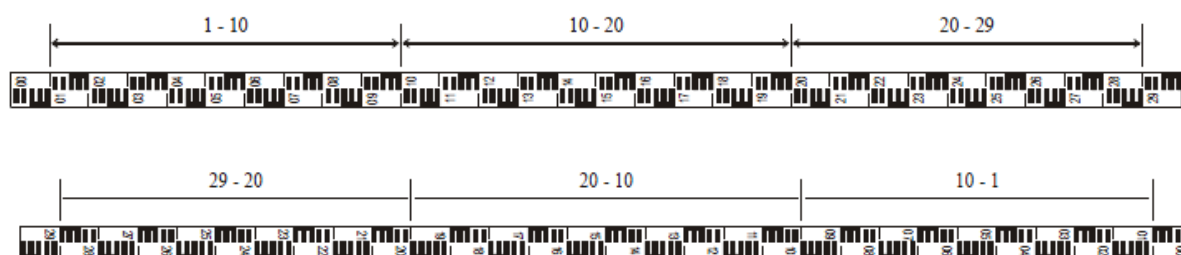


Рис. 31. Схемы измерения метровых интервалов рейки в прямом ходе

Разности отсчетов по концам контрольной линейки не должны отличаться более чем на 0,1 мм. Если расхождения отличаются на величину превышающую 0,1 мм, то измерения повторяются, предварительно сместив контрольную линейку. Из полученных результатов измерений вычисляют среднее значение. Производится измерение температура контрольной линейки при исследовании каждой стороны рейки. Пример компарирования деревянной рейки приведен в табл. 6. В измеренные результаты вводят поправку за температуру компарирования рейки.

Определение разности высот нулей реек осуществляется по четырём колышкам, забитым в землю на расстоянии 5 - 7 м от нивелира. Исследуемые

рейки последовательно устанавливаются на каждый колышек по круглому уровню.

Таблица 6

Определение средней длины метрового интервала деревянной рейки

Дата: 05.11.12

Рейка N 2342 (черная сторона) Контрольная линейка N 0721

$L = 1000 + 0,01 + 0,018 (t - 16,8 \text{ }^{\circ}\text{C}), \text{ мм}$

| Интервал рейки | Отсчёты по линейке | | П – Л (мм) | Среднее П – Л (мм) | Поправка за длину линейки и температуру (мм) | Длина интервала рейки (мм) |
|---|--------------------|----------|------------|--------------------|--|----------------------------|
| | Л | П | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Прямой ход. $t = 21,8 \text{ }^{\circ}\text{C}$ | | | | | | |
| | 0.12 | 900.78 | 900.66 | | | |
| 1–10 | | | | 900.70 | –0.05 | 900.65 |
| | 0.44 | 901.18 | 900.74 | | | |
| | 0.34 | 1 000.52 | 1 000.16 | | | |
| 10–20 | | | | 1000.18 | –0.06 | 1 000.12 |
| | 0.48 | 1 000.68 | 1 000.20 | | | |
| | 0.22 | 900.44 | 900.22 | | | |
| 20–29 | | | | 900.27 | –0.05 | 900.22 |
| | 0.86 | 901.18 | 900.32 | | | |
| Обратный ход. $t = 22 \text{ }^{\circ}\text{C}$ | | | | | | |
| | 0.28 | 900.58 | 900.30 | | | |
| 29–20 | | | | 900.32 | –0.04 | 900.28 |
| | 0.46 | 900.80 | 900.34 | | | |
| | 0.16 | 1 000.30 | 1000.14 | | | |
| 20–10 | | | | 1 000.12 | –0.05 | 1 000.07 |
| | 0.32 | 1 000.42 | 1000.10 | | | |
| | 0.06 | 900.68 | 900.62 | | | |
| 10–1 | | | | 900.66 | –0.04 | 900.62 |
| | 0.34 | 901.04 | 900.70 | | | |
| | | | | | | $\Sigma = 5\,601.96$ |

На каждой рейке берется отсчет по черной, а затем по красной сторонам. Разности пятков реек получаются путем вычитания из отсчетов по красной черной сторонам.

Средняя длина метрового интервала рейки № 2342 по черной стороне равна $5599,72 / 5,6 = 999,95 \text{ мм}$.

Максимальное колебание разностей из определений не должно превышать 3 мм. Грубые ошибочные определения вычеркиваются и взамен их выполняются новые. Таких определений делается 2 серии, высота прибора перед каждым определением меняется на 5 - 7 см. Порядок записи отсчётов и вычислений приводится в табл.7.

Таблица 7

Определение разности высот нулей реек

| Приёмы | Номера костылей | Отсчёты по рейке № 1 | | | Отсчёты по рейке № 2 | | |
|--|--------------------|----------------------|--------------------|----------------------|----------------------|--------------------|----------------------|
| | | Чёрная сторона | Красная сторона | Разность отсчётов | Чёрная сторона | Красная сторона | Разность отсчётов |
| I | 1 | 1 561 | 6 251 | 4 690 | 1 560 | 6 150 | 4 590 |
| | 2 | 1 610 | 6 301 | 4 691 | 1 609 | 6 199 | 4 590 |
| | 3 | 1 689 | 6 378 | 4 689 | 1 689 | 6 277 | 4 588 |
| | 4 | 1 790 | 6 480 | 4 690 | 1 789 | 6 378 | 4 589 |
| II | 1 | 1 601 | 6 290 | 4 689 | 1 602 | 6 192 | 4 590 |
| | 2 | 1 649 | 6 339 | 4 690 | 1 649 | 6 240 | 4 591 |
| | 3 | 1 730 | 6 421 | 4 691 | 1 729 | 6 318 | 4 589 |
| | 4 | 1 829 | 6 519 | 4 690 | 1 830 | 6 420 | 4 590 |
| Сумма отсчётов | | 13 459 | 50 979 | 37 520 | 13 457 | 50 174 | 36 717 |
| Средний | | 1 682,4 | 6 372,4 | 4 690,0 | 1 682,1 | 6 271,8 | 4 589,6 |
| <p>Разность высот нулей красной и чёрной сторон рейки 1 – 4 690 мм, рейки 2 – 4 590 мм.</p> <p>Разность высот нулей реек (1 – 2): чёрных сторон $1\,682,4 - 1\,682,1 = +0,3$ мм, красных сторон $6\,372,4 - 6\,271,8 = +100,6$ мм, пары реек $+0,3 - 100,6 = -100,3$ мм ≈ -100 мм.</p> | | | | | | | |

Полученная разность пятков каждой рейки и расхождения красных сторон пары реек используются для контроля чередования реек, качества наблюдений, а также правильности записи отсчетов и вычислений на станции. Поправки в нивелирные ходы III и IV классов с нечетным числом станций вводятся при разности высот нулей шкал реек более 1 мм.

1.8. Нивелирование III класса

В современных условиях целесообразней прокладывать ходы нивелирования III класса с использованием нивелиров с компенсатором. Нивелиры и рейки с целью установления их пригодности для нивелирования необходимо выполнить поверки и исследования, согласно требований «Инструкции по нивелированию I, II, III и IV классов», приведения в рабочее состояние и определения постоянных.

Проложение ходов нивелирование III класса выполняется в прямом и обратном направлениях. Способом «средней нити» работы на станции выполняется в следующем образом:

- подъемными винтами приводят нивелир в рабочее положение;
- трубу наводят на заднюю рейку и берут отсчеты по средней и дальномерным нитям черной стороны;
- наводят трубу на черную сторону передней рейки и берут отсчеты по средней и дальномерным нитям;
- переднюю рейку поворачивают красной стороной и берут отсчет только по средней нити;
- трубу наводят на заднюю рейку и также производят отсчет только по средней нити красной стороны.

Нивелирование выполняют участками в 20 - 30 км. Причем по этим участкам нивелирование осуществляем в прямом и обратном направлениях. При этом рейки меняют местами.

Рекомендуемая нормальная длина визирного луча составляет 75 м. В случае отсутствия колебаний изображения и увеличении трубы не менее 35^x длину луча можно увеличивать до 100 м. Неравенство плеч на станции допускается не более 2 м, при накоплении по секции - 5 м. Превышение луча визирования над препятствием должно быть не менее 0,3 м.

Нивелирование выполняют по рейкам с уровнем по башмакам. В местах установки башмаков предварительно снимают дерн. Можно использовать деревянные колья с гвоздями, вбитыми торцы кольев. Размеры кольев должны быть такими, чтобы обеспечить их устойчивость.

В случае невозможности окончить ход на постоянных или временных реперах, разрешается заканчивать нивелирование на трех штырях или кольях, забитых в дно заранее подготовленных выемок. При этом закрепленные точки маскируют. Возобновляют работы, начиная с последней станции, а иногда - и с предпоследней. Точки можно считать сохранили свое устойчивое положение, если расхождение между превышениями, полученные до окончания работ и после перерыва, не превышает 3 мм.

Все записи делаются в журнале установленной формы (табл.8) или вводят в оперативную запоминающего устройства регистратора.

Таблица 8

Форма журнала нивелирования III класса

| Номера штатива и реек | Отсчёты по дальномерным нитям | | Контрольн. превыш. | Наблюдения по средней нити | | | Наблюдения по средней нити |
|-----------------------|-------------------------------|----------|--------------------|----------------------------|-----------|-----------|----------------------------|
| | Задняя | Передняя | | Задняя | Передняя | Превышен. | |
| 1 | 1572 (2) | 1812 (5) | - 240(11) | 1739 (1) | 1971 (4) | -232 (14) | -232 (14) |
| 1 - 2 | 1904 (3) | 2130 (6) | - 226(12) | 6430 (8) | 6761 (7) | -331 (15) | -331 (15) |
| | 332 (9) | 318 (10) | +14/+14 (13) | 4691(16) | 4790 (17) | + 99 (18) | + 99 (18) |

При использовании односторонних реек нивелирование на станции выполняют при двух горизонтах инструмента, меняя его высоту примерно на 10 см.

Расхождения между превышениями и разность пятков реек в результате исследования не должны быть более 1,5 мм.

При нивелировании способом «средней нити» необходимо соблюдать следующие допуски.

Расхождение между отсчетами по средней нити каждой рейки не должно превышать 3 мм с соответствующей полусуммой отсчетов по дальномерным нитям.

Превышения, полученные по черным и красным сторонам реек, также не должны быть более 3 мм. По окончании работ по секции сравнивают значения превышений из прямого и обратного ходов, при этом расхождение между превышениями не должно превышать 10 мм .

По мере завершения нивелирования по секциям заполняют ведомость превышений установленной формы (табл. 9)

Допуски при работе на станции:

- отклонение фактической разности пяток от самой разности не должно отличаться более чем на 3 мм;

- превышения, полученные по черной и красной сторонам реек также не должна превышать 3 мм;

- среднее значение из отсчетов по дальномерным нитям не должно отличаться от отсчета по средней нити более чем на 3 мм.

При работе на станции определенную роль играют следующие инструментальные ошибки:

- ошибка за приведении визирного луча в горизонтальное положение

$$m_z = \frac{m_{yp}''}{\rho''} \cdot S_{(мм)}, \quad (1.25)$$

где m_{yp} – ошибка за приведение пузырька уровня в нуль-пункт ($m_{yp} \approx 3''$): при длине плеча $S = 100$ м $m_z \approx 1,5$ мм.

- ошибка от несоблюдения главного условия нивелира; при равенстве плеч на станции она исключается.

- ошибка хода фокусирующей линзы; для исключения этой ошибки рекомендуется соблюдать равенство плеч;

- ошибка за недокомпенсацию у нивелиров с компенсатором; определенную роль играет порядок приведения пузырька уровня в нуль-пункт;

- ошибка отсчета по рейке, не превышающая 0,8 мм;

- ошибка отсчете по рейке, зависящая от разрешающей способности трубы

$$m_p = \frac{60'' \cdot S}{\rho \cdot V}, \quad (1.26)$$

где S – расстояний от нивелира до рейки;

V – увеличение трубы: при $S = 75$ м и $V = 30^x$ $m_p = 0,75$ мм.

Таблица 9

ВЕДОМОСТЬ ПРЕВЫШЕНИЙ И ВЫСОТ РЕПЕРОВ НИВЕЛИРОВАНИЯ III КЛАССА

| Номер секции | Вид и номер репера | Местополо- жение репера | Расстоя- ние от началь- ного репе- ра | Число штати- вов прямо | Измеренное превышение, м | | Раз- ность превы- шений, мм | Среднее Превы- шение, м | Попра- вка за уравни- вание, М | Урав- ненное превы- шение, м | Высота в Бал- тийской системе высот, м | При- меча-ние |
|---|---------------------------------------|--|---|---------------------------------|-----------------------------|-----------------|---|----------------------------------|--|--|---|---|
| | | | между ре- перами | обратно | прямой ход | обратный ход | | | | | | |
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
| Линия № 10 от грунт. Реп. 5540 до стен. Реп. 513. Исполнитель: ст. техник Петров Н.Н. Дата: 01 – 03.07.2011 | | | | | | | | | | | | |
| 1а | Грунт. Репер 5540 Тип 116 | Глазниха, станция в 4,9 км к сев.-вост. От нее по дороге на ст. Мощное, в 30 м к сев. От дороги в 500 м к вост. От моста че-рез р. Сереб- рянку | 00 0,7 | | | | | | | | 72,963 | Высота получе-на из «Ката- лога пунктов в нивелиро- вании II класса линии Кон-Ива- новка», 1989 г. |
| | Вр. Реп. Пень с гвоздем | Глазниха, станция в 4,2 км к сев.-вост. От нее в 15 км к сев. От пе-реезда че-рез ж.д. | 0,7 2,0 | 8 8 | +0,524 | -0,527 | -3 | +0,526 | - | +0,526 | 73,489 | |

Окончание табл. 9

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 |
|----|--|--|----------------------|-------------------|--------|--------|-----|--------|----|--------|--------|----|
| 1б | Грунт. Репер 10542 Тип 121 | Глазниха, станц. в 2,2 км к сев.- вост. от нее в 45 км к сев от дороги на ст. Мощное | 2,7 ----- 1,7 | 19 ----- 19 | +2,210 | -2,214 | -4 | +2,212 | -1 | +2,211 | 75,700 | |
| 2а | Вр. реп. пикет- ный столб | 426 км ж.д. 7 пк в 5 м к сев. от ж.д. полотна | 4,4 ----- 1,8 | 16 ----- 17 | -0,342 | +0,346 | +4 | -0,344 | -1 | -0,345 | 75,255 | |
| 2б | Стен. репер 502 | р. Серебрян- ка в сев. устье трубо- провода ни 428 км ж.д. | 6,2 ----- 2,8 | 28 ----- 29 | +4,124 | -4,110 | +14 | +4,117 | -1 | +4,116 | 79,471 | |
| 3а | Вр. ре- пер ме- жевой столб | с. Ивановка в 0,5 км от него по до- роге в с. Крутое спра- ва от дороги | 9,0 ----- 3,0 | 20 ----- 21 | -1,512 | +1,514 | +2 | +1,513 | -1 | -1,514 | 77,957 | |
| 3б | Сигнал 2 кл Иванов- ка тип1 | с. Ивановка в 2,5 км ю- зап от него пере-крест. дорог | 12,0 ----- 2,6 | 30 ----- 31 | +4,571 | -4,566 | +5 | +4,568 | -1 | +4,567 | 82,524 | |

Ошибки из-за влияния внешних условий:

- ошибка из-за влияния рефракции: рекомендуется производить измерения при хорошей видимости и четких изображений;
- ошибка из-за положения башмаков;
- ошибка из-за неустойчивого положения штатива на слабых и насыпных грунтах: рекомендуется устанавливать ножки штатива на деревянные колья, забитые в землю на глубину 0,2 - 0,4 м.

1.9. Обработка результатов нивелирования III класса

Разомкнутый нивелирный ход прокладывается между реперами с известными отметками, полученными в результате нивелирования более высокого класса по точности. Репер от которого начинается нивелирный ход является начальным исходным репером, репер, на котором ход заканчивается, будет конечным исходным репером. Таким образом, нивелирный ход может включать в себя k число реперов с неизвестными отметками и состоять из n секций (рис. 32).

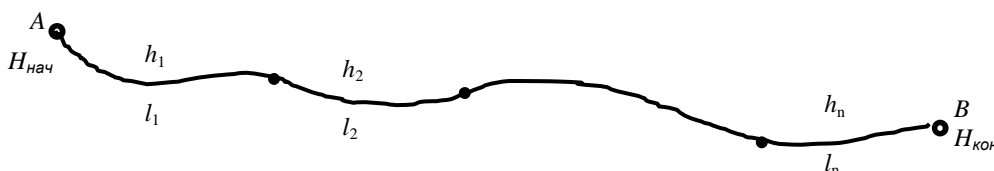


Рис. 32. Схема разомкнутого нивелирного хода

Обработку измерений в нивелирном ходе III класса выполняют в следующем порядке:

Вычисляют средние превышения по секциям

$$h_{i(ср)} = \frac{1}{2} \cdot (h_{i(пр)} - h_{i(обр)}) , \quad (1.27)$$

где $h_{i пр}$ - измеренное превышение по i -ой секции в прямом ходе;

$h_{i обр}$ - измеренное превышение по i -ой секции в обратном ходе.

Выполняют контроль вычислений средних значений превышений согласно формуле

$$\sum h_{i(cp)} = \frac{1}{2} \cdot (\sum h_{i(np)} - \sum h_{i(obp)}) . \quad (1.28)$$

Вычисляют невязку хода

$$f_h = \sum h_{i(cp)} - (H_{кон} - H_{нач}) , \quad (1.29)$$

где $H_{нач}$ и $H_{кон}$ – отметки исходных реперов начального и конечного

Вычисляют поправки в средние значения превышений

$$V_{hi} = -\frac{f_h}{L} \cdot l_i , \quad (1.30)$$

где l_i - длина i -ой секции;

L - длина всего хода, $L = \sum l_i$.

Вычисляют исправленные значения средних превышений и выполняют контроль правильности их вычислений

$$h_{i(испр)} = h_{i(cp)} + V_{hi} ; \quad (1.31)$$

$$\sum h_{i(испр)} = H_{кон} - H_{нач} . \quad (1.32)$$

Вычисляют уравненные отметки неизвестных реперов, начиная с начального исходного репера и заканчивают на конечном исходном репере

$$H_i = H_{i-1} + h_{i(испр)} . \quad (1.33)$$

По разностям двойных измерений d_i находят среднюю квадратическую ошибку определения превышения на 1 км хода согласно формулам

$$m_{км} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\left[\frac{d_i^2}{l_i} \right]}{n}} \quad \text{и} \quad m_{км} = \frac{1}{2} \cdot \sqrt{\frac{\left[d_i^2 \right]}{L}} . \quad (1.34)$$

С учетом длин линий по секциям находят веса отметок определяемых реперов

$$P_{H_i} = \frac{L}{[l_{iH}] \cdot [l_{iK}]}, \quad (1.35)$$

где l_{iH} - расстояние от начального исходного репера до i -го репера;

l_{iK} - расстояние от i -го репера до конечного исходного репера.

Вычисляют среднюю квадратическую ошибки нахождения отметок иско-
мых реперов

$$m_{H_i} = \frac{m_{\text{к.м.}}}{\sqrt{P_{H_i}}}, \quad (1.36)$$

где P_{H_i} - вес отметки i -го репера;

При обработке результатов измерений применяется несколько способов уравнивания как приближенных, так и строгих. В "Теории математической обработке геодезических измерений" рассматриваются различные способы совместного уравнивания.

Основными способами строгой обработки являются способы, основанные на принципе наименьших квадратов. Практическое применение таких способов было осуществлено К.Ф. Гауссом в 1801 году.

1.10. Нивелирование IV класса

Для сгущения высотных сетей, создания высотного съемочного обоснования, также решения многочисленных задач, связанных с инженерными изысканиями, строительной практике, при монтаже технологического оборудования и многих видов работ производственного назначения широко применяется нивелирование IV класса и техническое нивелирование.

Схема и последовательность ведения геодезических работ при нивелировании следующие:

- проектирование нивелирных ходов и сети;
- рекогносцировка на местности для уточнения и выбираются мест закладки для установки реперов высотной основы и марок;
- закладка реперов и марок;
- нивелирование;
- обработка результатов полевых измерений и составление каталога отметок и при необходимости составление профиля.

Замкнутые нивелирные полигоны IV класса опираются на два или несколько пунктов нивелирования высшего класса точности, тогда нивелирование может

производится в одном направлении. В том случае, если нивелирный ход замыкается на один пункт, т.е. образуется так называемый висячий ход, то нивелирование выполняется в прямом и обратном направлениях. Допускается нивелирование такого выполнять дважды в одном направлении, но с использованием двух нивелиров.

Нивелирование IV класса выполняется, как и I, II и III классов способом из середины при допустимой длине визирного луча до 100 м в благоприятных условиях. Длины плеч определяются с помощью нитяного дальномера либо веревочного шнура, либо просмоленной бечевы. Разность плеч допускается не более 5 м с накоплением по секции 10 м.

Порядок работы на станции при нивелировании следующий:

- а) отсчет по средней и одной из дальномерных нитей по черной стороне задней рейки;
- б) отсчет по средней и дальномерной нитям по черной стороне передней рейки;
- в) отсчет по средней нити красная сторона передней рейки;
- г) отсчет по средней нити красная сторона задней рейки.

Если используется нивелир с цилиндрическим уровнем при трубе, то прежде чем взять отсчетом пузырек уровня с помощью элевационного винта приводится в нуль-пункт.

Основными способами контроля отсчетов по рейкам являются:

- двусторонние рейки;
- при использовании односторонних реек нивелирование на станции выполняется при двух горизонтах инструмента. Расхождение значений превышений и в первом, и во втором случае не должно быть более 4 мм.

Во время выполнения работ по нивелированию составляют схему ходов, на которой наносятся все знаки, элементы ситуации, которые использовались для передачи отметок, а также все превышения по всем ходам, количество станций и расстояния по ходам.

Обработка результатов нивелирования начинают с проверки полевых журналов, правильности вычислений, произведенных на станции. После чего составляют ведомость превышений (табл. 10), где определяются невязки в ходах и производится уравнивание вычисленных превышений. По уравненным превышениям находятся отметки всех определяемых точек.

Невязка f_h в замкнутом ходе определяется согласно

$$f_h = \sum h_{np}. \quad (1.37)$$

Теоретическая сумма превышений в замкнутом нивелирном ходе должна равняться нулю

$$\sum h_t = 0. \quad (1.38)$$

При разомкнутом ходе, опирающемся на исходные реперы, теоретическая сумма превышений равняется разности отметок конечной $H_{кон}$ и начальной $H_{нач}$ точек хода:

$$f_h = \sum h_{np} - (H_k - H_0). \quad (1.39)$$

При образовании висячего хода невязка получается из разности сумм вычисленных превышений прямого $\sum h_n$ и обратного $\sum h_0$ ходов, т.е.

$$f_h = \sum h_0 - \sum h_n. \quad (1.40)$$

Допустимая невязка в превышениях для замкнутого и разомкнутого нивелирных ходов IV класса не должна превышать

$$f_{h_{доп}} = \pm 20 \text{ мм} \sqrt{L}. \quad (1.41)$$

В том случае, если фактическая невязка оказалась меньше допустимой, ее можно распределить на все превышения пропорционально длинам ходов. По исправленным превышениям вычисляются отметки всех реперов.

Таблица 10

ВЕДОМОСТЬ ПРЕВЫШЕНИЙ И ВЫСОТ РЕПЕРОВ НИВЕЛИРОВАНИЯ III КЛАССА

| Номер секции | Вид и номер нивелирного репера, тип центра | Местоположение нивелирного репера | Расстояние, от начального репера между реперами | Число штативов | Измеренное превышение, м | Поправка за уравнивание, мм | Высота в Балтийской системе высот, м | Примечание |
|--|--|---|---|----------------|--------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|--|
| <p style="text-align: center;"><i>Линия № 12 от стен. реп. 124 до стан. реп. 2463</i> <i>Исполнитель: ст. техник Коровин М.Н. Дата: 15-16.08.99</i></p> | | | | | | | | |
| | Стен. реп. 124 | с. Березовка, зд. школы | <u>0.0</u> 2.0 | | | | 251.768 | Высота получена из уравнивания сети III класса, 1980г. |
| 1а | Вр. реп., кованный гвоздь | р. Северка, мост в 2 км к сев. от с. Березовка, верхний гвоздь в сев. устье моста | <u>2.0</u> 2.1 | 10 | +0.623 | +5 | 252.396 | |
| 1б | Грунт. реп. 115, тип. 118 | с Ново-Березовка, в 1.5 км к вост. от него, в 22 км от с. Матвеевка, в 25 м к югу от дороги | <u>4.1</u> 2.0 | 11 | +2.055 | +5 | 254.456 | |
| 2а | Вр. реп., камень | с. Ново-березовка, в 0.5 км к югу от него, большой валун по дороге в с. Березовка, в 25 м к сев. от дороги. Место постановки рейки отмечено красной краской | <u>6.1</u> 1.9 | 10 | +0.225 | +5 | 254.686 | |
| 2б | Сигн. 2 кл., с. Матвеевка, тип. 2 | с. Матвеевка, в 4 км к сев.-вост. от него, у полевого стана | <u>8.0</u> 2.2 | 10 | +0.926 | +4 | 255.616 | |
| Номер секции | Вид и номер нивелирного репера, тип центра | Местоположение нивелирного репера | Расстояние, от начального репера между реперами | Число штативов | Измеренное превышение, м | Поправка за уравнивание, мм | Высота в Балтийской системе высот, м | Примечание |
| 3а | Вр. реп. | с. Матвеевка, в 2 км к сев.-вост. от него, межевой столб рядом с перекрестком дорог с. Матвеевка – с. Новое, и с. Рбово – с. Кон | <u>10.2</u> 2.0 | 11 | +0.643 | +5 | 256.264 | Высота получена из уравнивания сети IV класса, 1982 г. |
| 3б | Стен. реп. 64 | с. Матвеевка, зд. школы | <u>12.2</u> | 10 | +1.765 | +5 | 258.034 | |
| | Итого по линии L= | | <u>12.2</u> | 62 | +6.237 | +29 | | |

Разность высот исходных реперов $H_k - H_n = +6.266$ м

Полученная невязка $V_{\text{получ}} = -29$ мм

Допустимая невязка $V_{\text{доп}} = 20$ мм $\sqrt{L} = 70$ мм

Поправка на 1 км хода - $V_{\text{получ}}/L = +2.4$

1.11. Тригонометрическое нивелирование

В геодезической практике для некоторого вида работ используют тригонометрическое нивелирование. К таким видам относятся работы, связанные с создания высотной основы топографических съемок, передаче отметок при строительно-монтажных работах на монтажные горизонты, дно глубокого котлована, определение высоты сооружений и др. о достоинством является возможность передачи высот на большие расстояния. Для определения превышения h между точками A и B (рис. 33) используется либо теодолит, либо тахеометр, которые устанавливаются над одной из точек и центрируются. На вторую точку ставят веху или рейку. Зрительную трубу наводят на точку визирования и измеряют угол наклона ν , по наклонному расстоянию находим горизонтальное проложение d и, отметив высоту наведения l , вычислим превышение h . Из рис. 33 следует, что

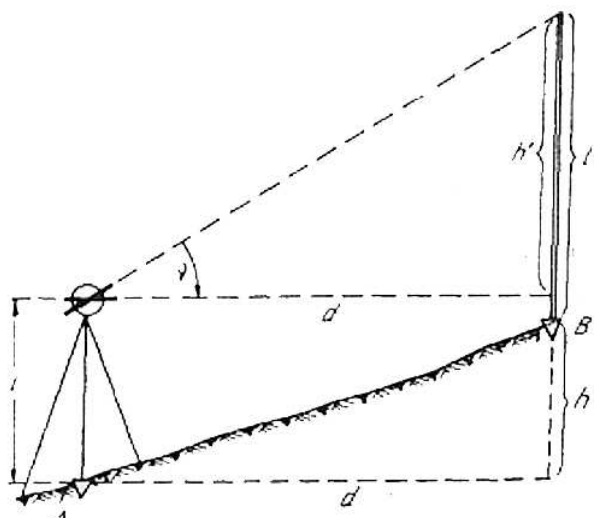


Рис. 33. Схема тригонометрического нивелирования

$$h + l = h' + i,$$

откуда

$$h = h' + i - l.$$

Из прямоугольного треугольника следует

$$h' = d \cdot \operatorname{tg} \nu,$$

тогда превышение h вычислится

$$h = d \cdot \operatorname{tg} \nu + i - l. \quad (1.42)$$

В формуле (1.39) отсутствует поправка за кривизну Земли и влияние рефракции.

$$h = d \cdot \operatorname{tg} \nu + i - l + f. \quad (1.43)$$

Таким образом, получена формула тригонометрического нивелирования.

Если высота визирования будет равна высоте инструмента, т.е. $l = i$ и не будем учитывать поправку f , тогда формула (1.43) примет вид

$$h = d \cdot \operatorname{tg} \nu. \quad (1.44)$$

При определении расстояния по нитяному дальномеру горизонтальное проложение d находится согласно выражению

$$d = Kn \cos^2 \nu + c \cos \nu,$$

а следовательно формула тригонометрического нивелирования примет вид:

$$h = Kn \sin \nu \cos \nu + c \sin \nu = \frac{1}{2} Kn \sin 2\nu + c \sin \nu. \quad (1.45)$$

2. СПОСОБЫ УРАВНИВАНИЯ

2.1. Сущность принципа наименьших квадратов

Для однозначного определения значений k неизвестных параметров необходимо и достаточно измерить k величин. Поскольку в геодезии существует принцип избыточности измерений, то число $r = n - k$, где n - число всех измеренных величин, является избыточным. При этом избыточные измерения должны находиться с необходимыми в функциональной зависимости. Наилучшее решение в процессе обработки результатов измерений получают согласно принципу наименьших квадратов, который состоит из следующего условия

$$[pvv] = \min, \quad (2.1)$$

где p - веса измеренных величин;

v - поправки в измеренные значения.

Пусть даны результаты равноточных измерений одной величины x_1, x_2, \dots, x_n . При этом следует иметь в виду, что истинное значение X измеряемой величины известно.

Составим ряд истинных ошибок результатов измерений согласно равенству

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= x_1 - X; \\ \Delta_2 &= x_2 - X; \\ &\dots\dots\dots \\ \Delta_n &= x_n - X. \end{aligned} \quad (2.2)$$

Почленно сложив равенства (2.2), получим следующее значение:

$$[\Delta] = [x] - nX.$$

В результате, предварительно разделив на n , будем иметь

$$\frac{[\Delta]}{n} = \frac{[x]}{n} - X. \quad (2.3)$$

Введем обозначение $\bar{x} = \frac{[x]}{n}$ - среднее арифметическое значение измеряемой величины. Тогда

$$\frac{[\Delta]}{n} = \bar{x} - X. \quad (2.4)$$

На основании четвертого свойства случайных ошибок можно утверждать, что $\bar{x} \rightarrow X$ при $n \rightarrow \infty$, т.е. среднее арифметическое из результатов равноточных измерений стремится к истинному значению этой величины при неограниченном возрастании числа измерений.

Среднее арифметическое из данного ряда равноточных измерений принимается за наиболее надежное значение и при конечном числе измерений.

Пусть $x' \neq \bar{x}$, тогда

$$v'_i = x_i - x'; \quad v_i = x_i - \bar{x}.$$

Установим связь между отклонениями v и v'

$$v'_i - v_i = \bar{x} - x'. \quad (2.5)$$

В равенстве (2.5) v_i перенесем в правую часть. Затем, умножая на соответствующие веса квадраты отклонений от среднего арифметического, почленно сложим

$$[pv'v'] = [pvv] + 2[pv](\bar{x} - x') + [p](\bar{x} - x')^2. \quad (2.6)$$

В правой части равенства (2.6) второе слагаемое согласно первому свойству отклонений равно нулю. Следовательно, из равенства (2.6) следует, что

$$[pvv] < [pv'v']. \quad (2.7)$$

Данное свойство подтверждает, что если ошибки результатов неравноточных измерений подчиняются нормальному закону распределения, то наиболее надежным значением является общая арифметическая середина.

Определение окончательных значений искомых величин при избыточных измерениях называют уравниванием, а эти же действия с соблюдением условия

(2.1) - уравниванием по способу наименьших квадратов или строгим уравниванием.

Докажем, что арифметическое среднее удовлетворяет принципу наименьших квадратов. Предположим, что некоторая величина равномерно измерялась n раз:

$$x_1, x_2, \dots, x_n.$$

Наиболее надежное значение из результатов измерений составит X , тогда

$$v_i = X - x_i, \text{ где } i = 1, 2, \dots, n.$$

Определим значение X под условием (2.1).

$$R = [vv] = (X - x_1)^2 + (X - x_2)^2 + \dots + (X - x_n)^2 = \min.$$

$$\frac{\partial R}{\partial X} = 2(X - x_1) + 2(X - x_2) + \dots + 2(X - x_n) = 0,$$

откуда

$$X = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{[x]}{n}. \quad (2.8)$$

В случае неравноточных измерений

$$R = [pvv] = p_1 \cdot (X - x_1)^2 + p_2 \cdot (X - x_2)^2 + \dots + p_n \cdot (X - x_n)^2 = \min.$$

$$\frac{\partial R}{\partial X} = 2p_1(X - x_1) + 2p_2(X - x_2) + \dots + 2p_n(X - x_n) = 0$$

следовательно

$$X = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + \dots + p_n x_n}{p_1 + p_2 + \dots + p_n} = \frac{[px]}{[p]}. \quad (2.9)$$

Таким образом, подтверждается вывод, что среднее арифметическое является наилучшим значением из всех результатов измерений какой-либо величины.

Способы уравнивания, не реализующие принцип наименьших квадратов, относятся к приближенным способам.

Строгое уравнивание может быть реализовано либо параметрическим, либо коррелятным способами или их разновидностями.

В коррелятном способе уравнивания значительную роль играют избыточные измерения. Для примера можно рассмотреть измерение углов в треугольнике. Для того, чтобы однозначно судить о величине углов треугольника, достаточно измерить два угла, а третий угол получить косвенным путем. Однако, в геодезической практике используется принцип избыточности измерений. Поэтому, если в треугольнике измерить все три угла, то одно из измерений будет избыточным. В случае существования функциональной зависимости между определяемыми величинами, возникает условное уравнение. Для треугольника такое уравнение имеет вид

$$\beta_1 + \beta_2 + \beta_3 - 180^\circ = 0, \quad (2.10)$$

где β_i - истинные значения углов треугольника.

При подстановке в равенство (2.10) измеренных значений, содержащих ошибки измерений, возникает угловая невязка w_β

$$\beta'_1 + \beta'_2 + \beta'_3 - 180^\circ = w_\beta, \quad (2.11)$$

где β'_i - результаты измерений углов.

Для устранения невязки в результаты измерений необходимо ввести поправки v_i , т.е.

$$\beta'_1 + v_1 + \beta'_2 + v_2 + \beta'_3 + v_3 - 180^\circ = 0. \quad (2.12)$$

Подставив в равенство (2.12) измеренные значения, получим

$$v_1 + v_2 + v_3 + w_\beta = 0. \quad (2.13)$$

Полученное уравнение называется условным уравнением поправок.

В общем случае условные уравнения можно представить в следующем виде

$$\varphi_j(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0, \quad (2.14)$$

где X_j - уравниваемые значения измеряемой величины;

$i = 1, 2, \dots, n$ - число всех измеренных величин;

$j = 1, 2, \dots, r$ - число избыточных измерений.

Замена уравненных значений в равенствах (2.14) на результаты измерений приводит к невязкам

$$\varphi_i(x_1, x_2, \dots, x_r) = w_i, \quad (2.15)$$

где x_i - результаты измерений.

Таким образом, наличие избыточных измерений приводит к условным уравнениям. Одно избыточное измерение дает нам одно условное уравнение. Дальнейшее уравнивание осуществляется путем минимизации функции $[pvv]$ с использованием дополнительных параметров по методу Лагранжа.

2.2. Коррелятный способ уравнивания

Предположим, что измеренные величины X_1, X_2, \dots, X_n , связанных условиями уравнениями

[illegible]

В процессе измерений получены следующие результаты неравноточных измерений x_1, x_2, \dots, x_n с соответствующими весами p_1, p_2, \dots, p_n . При наличии избыточных измерений получим систему условных уравнений

$$\begin{aligned} \varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_n) &= w_1; \\ \varphi_2(x_1, x_2, \dots, x_n) &= w_2; \\ &\dots\dots\dots \\ \varphi_r(x_1, x_2, \dots, x_n) &= w_r. \end{aligned} \tag{2.17}$$

Чтобы исключить невязку, необходимо в результаты измерений внести поправки, при которых правые части системы условных уравнений обращаются в нули, т.е.

$$\begin{aligned}
[av] + w_1 &= 0; \\
[bv] + w_2 &= 0; \\
&\dots\dots\dots \\
[gv] + w_r &= 0.
\end{aligned}
\tag{2.20}$$

Поскольку в системе (2.18) количество неизвестных превышает число уравнений $n > r$, следовательно данная система имеет неопределенное решение. Для того, чтобы исключить неопределенность при решении, необходимо использовать условие принципа наименьших квадратов (2.1)

$$\Phi = [p_v v] - 2K_1([av] + w_1) - 2K_2([bv] + w_2) - \dots - 2K_r([gv] + w_r) = \min,$$

где K_j - неопределенные множители Лагранжа, называемые коррелатами.

Исследуя данную функцию на экстремум, необходимо определить ее первую производную и приравнять к нулю

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Phi}{\partial v_1} &= 2p_1 v_1 - 2a_1 K_1 - 2b_1 K_2 - \dots - 2g_1 K_r = 0; \\
\frac{\partial \Phi}{\partial v_2} &= 2p_2 v_2 - 2a_2 K_1 - 2b_2 K_2 - \dots - 2g_2 K_r = 0; \\
&\dots\dots\dots \\
\frac{\partial \Phi}{\partial v_n} &= 2p_n v_n - 2a_n K_1 - 2b_n K_2 - \dots - 2g_n K_r = 0.
\end{aligned}$$

Откуда получим

$$\begin{aligned}
v_1 &= \frac{1}{p_1} (a_1 K_1 + b_1 K_2 + \dots + g_1 K_r); \\
v_2 &= \frac{1}{p_2} (a_2 K_1 + b_2 K_2 + \dots + g_2 K_r); \\
&\dots\dots\dots \\
v_n &= \frac{1}{p_n} (a_n K_1 + b_n K_2 + \dots + g_n K_r).
\end{aligned}
\tag{2.21}$$

Обозначим $\frac{1}{p_i} = q_i$

W_{r1} - вектор невязок.

Условие принципа наименьших квадратов выразится следующей зависимостью

$$V_{n1}^T P_{nn} V_{n1} = \min. \quad (2.26)$$

Нормальные уравнений коррелат выразятся следующим выражением в матричной форме

$$N_{rr} K_{r1} + W_{r1} = 0, \quad (2.27)$$

где N_{rr} - матрица коэффициентов уравнений

$$N_{rr} = A_{rn} Q_{nn} A_{rn}^T, \quad (2.28)$$

где Q_{nn} – вектор обратных весов;

K_{r1} - вектор коррелат.

Получим матрицу поправок в результаты измерений

$$V_{n1} = Q_{nn} A_{rn}^T K_{r1}. \quad (2.29)$$

2.4. Уравнивание нивелирной сети коррелатным способом

Выразим веса результатов измерений значений превышений h_1, h_2, \dots, h_n обратно пропорционально длинам секций $p_i = 1/l_i$. В этом случае ошибка единицы веса μ_0 соответствует ошибке измеренного превышения на 1 км хода, тогда m_i будет средней квадратической ошибкой i -го превышения и следовательно получим ряд весов

$$p_i = \frac{\mu_0^2}{m_i^2}; \quad m_i = \mu_0 \cdot \sqrt{l_i}; \quad p_i = \frac{\mu_0^2}{\mu_0^2 \cdot l_i} = \frac{1}{l_i}. \quad (2.30)$$

Тогда возникает всего одно условие в нивелирном ходе

$$(h_1 + v_1) + (h_2 + v_2) + \dots + (h_n + v_n) - (H_{кон} - H_{нач}) = 0, \quad (2.31)$$

следовательно, получилось одно условное уравнение поправок

$$v_1 + v_2 + \dots + v_n + w_1 = 0. \quad (2.32)$$

Из уравнений (2.31) и (2.32) вычисляется невязка нивелирного хода:

$$w_1 = \sum h_{изм} - \sum h_{теор} = h_1 + h_2 + \dots + h_n - (H_{кон} - H_{нач}). \quad (2.33)$$

Установим обратные веса относительно расстояний в каждой секции $q_i = l_i$ и $[q] = \sum l_i = L$. Нормальное уравнение получим в следующем виде, где $w_1 = f_h$,

$$[qaa]K_1 + f_h = 0. \quad (2.34)$$

Решение полученного уравнения (2.34) позволяет вычислить значение коррелаты K_1

$$K_1 = -\frac{f_h}{[qaa]} = -\frac{f_h}{[q]} = -\frac{f_h}{L}, \quad (2.35)$$

поскольку $a_i = 1$, то поправки в i -ое превышение вычисляются согласно формуле

$$v_i = -\frac{f_h}{L} \cdot l_i. \quad (2.36)$$

Вводя поправки в измеренные превышения, получают их уравненные значения измеренных превышений, которые в дальнейшем используются для вычисления окончательные значения отметок определяемых реперов согласно следующей зависимости

$$H_i = H_{i-1} + h_{i,успр}. \quad (2.37)$$

Поскольку измерения превышений по секции нивелирного хода III класса выполнялось в прямом и обратном направлениях, то при определении превышения по ходу, поэтому

$$h_i = \frac{1}{2} \cdot (h_{np} - h_{обр}). \quad (2.38)$$

Разность между превышениями прямого и обратного хода, вычисленная по формуле

$$\delta_{h_i} = (h_{np} + h_{обр}),$$

не должна превышать допустимое значение

$$\delta_{h_i, доп} = 10 \text{ мм} \cdot \sqrt{L_i}. \quad (2.39)$$

После определения уравненных значений отметок реперов выполняется оценка точности нивелирного хода III класса по нижеуказанным формулам

$$P_{H_i} = \frac{L}{[l_{iH}] \cdot [l_{iK}]}; \quad m_{KM} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d^2}{n}}; \quad m_{KM} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{d^2}{[l]}}; \quad m_{H_i} = \frac{m_{KM}}{\sqrt{P_{H_i}}}. \quad (2.40)$$

Отметку репера по ходу можно определить от исходных реперов, и вычислить средневесовое значение из двух отметок.

Вес первой отметки определяется согласно формуле

$$p_1 = \frac{1}{[l]_1^i},$$

где $[l]_1^i$ - расстояние от начального исходного репера до определяемого репера.

Вес второй отметки получим

$$p_2 = \frac{1}{[l]_{i+1}^n},$$

где $[l]_{i+1}^n$ - расстояние от определяемого репера до конечного исходного репера.

Далее получают

$$P_{H_i} = p_1 + p_2 = \frac{[l]_1^i + [l]_{i+1}^n}{[l]_1^i \cdot [l]_{i+1}^n} = \frac{L}{[l]_1^i \cdot [l]_{i+1}^n}. \quad (2.41)$$

2.5. Обработка нивелирной сети с одной узловой точкой

При обработке нивелирных ходов и сетей наибольший интерес являет собой способ так называемой ручной обработки. Даже в том случае, когда в нивелирной сети имеется несколько узловых реперов, ее можно упростить и преобразовать в сеть с одним узловым репером. Уравнивание в этом случае выполняется методом приближений. Реализация упрощенных методов уравнивания нивелирных сетей приведена в разработанных русским геодезистом В.В. Поповым – способом узлов и способом полигонов.

Предположим, что в нивелирной сети все хода сходятся на одном репере (рис. 34). Каждый опирается на свой исходный репер, обозначенный на рисунке буквами A, B, C и D . При этом измерены превышения h_i и длины ходов l_i .

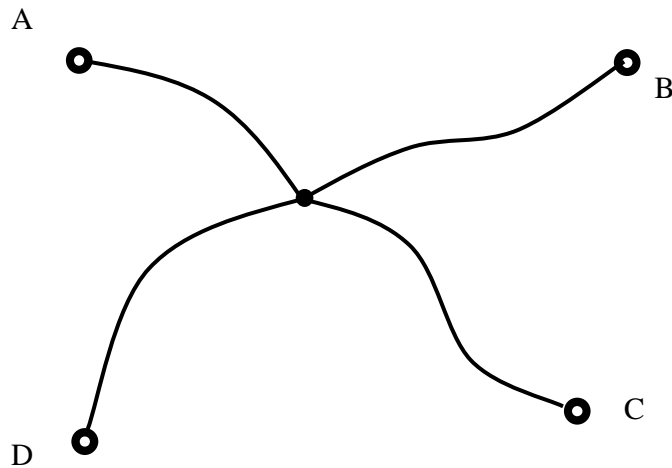


Рис. 34. Схема нивелирной сети с одной узловой точкой

Отметку узлового репера получают согласно

$$H_1^{(1)} = H_A + h_1;$$

$$H_1^{(2)} = H_B + h_2;$$

$$H_1^{(3)} = H_C + h_3;$$

$$H_1^{(4)} = H_D + h_4.$$

Поскольку ходы имеют разные расстояния, то возникает необходимость установить веса

$$p_i = \frac{C}{l_i},$$

где p_i - вес i -го хода:

C – любое число, но постоянное для данной сети.

Тогда и отметки узловой точки, определяемые по каждому отдельному ходу, будут иметь разные веса, следовательно, окончательная величины отметки узлового репера вычисляется как общая арифметическая средина

$$H_1^{(cp)} = \frac{\sum (p_i \cdot h_i)}{\sum p_i}, \quad (2.42)$$

Таким образом, рассматриваемая сеть распалась на отдельные изолированные ходы. Как видно После вычисления H_{1i} сеть разделяется на четыре изолированных одиночных хода, каждый из которых обрабатывается по известной методике.

2.6. Обработка нивелирной сети по способу эквивалентной замены

Рассмотрим нивелирную сеть с двумя узловыми определяемыми реперами (рис. 35). Необходимо определить отметки этих узловых реперов. На рисунке видно, что по два нивелирных хода 1 и 2, 4и 5 сходятся в одной точке. Воспользуемся методом эквивалентной замены. Заменим 1 и 2 ходы одним им эквивалентным. Определим вес эквивалентного хода

$$p_{z_{12}} = p_1 + p_2 = \frac{C}{l_1} + \frac{C}{l_2}. \quad (2.43)$$

Рассмотрим нивелирную сеть, изображенную на рис. 35. Вместо двух 1 и 2 получился один им эквивалентный ход z_{12} , вес которого вычисляется по формуле (2.43).

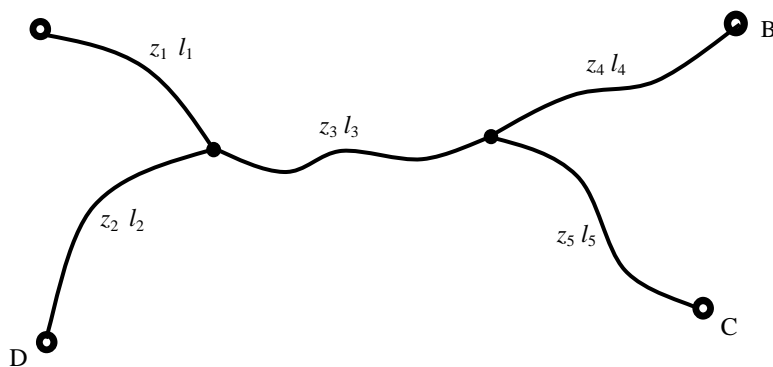


Рис. 35. Схема нивелирной сети с двумя узловыми точками

Вычислим длину хода z_{12} , используя длины ходов 1 и 2:

$$l_{z_{12}} = \frac{l_1 \cdot l_2}{l_1 + l_2}. \quad (2.44)$$

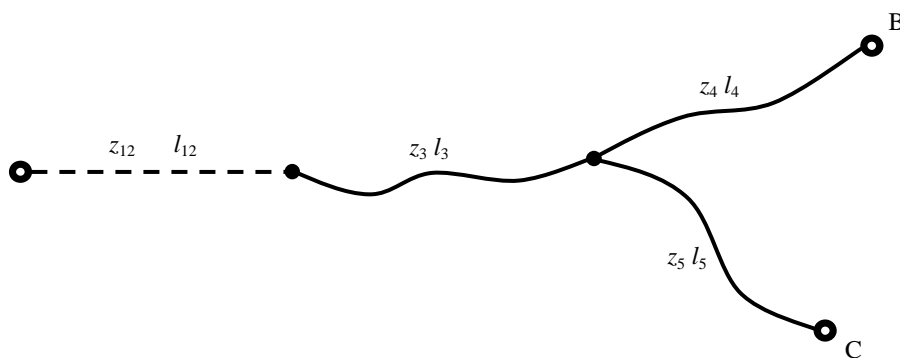


Рис. 36. Схема нивелирной сети после первой замены

Отметка узлового репера получается либо через превышения 1 и 2 ходов, либо вычисляется из хода z_{12}

$$H_1^{(z_{12})} = \frac{(H_A + h_1) \cdot p_1 + (H_B + h_2) \cdot p_2}{p_1 + p_2}. \quad (2.45)$$

Как видно из рис. 36 нивелирная сеть приняла иной вид. Если преобразовать два нивелирных хода z_{12} и z_3 . Из этих ходов путем сложения получается эквивалентный ход z_{123} с общей длиной

$$l_{z_{123}} = l_{z_{12}} + l_3.$$

Вычисляется отметка второго узлового репера либо из ходов 1, 2 и 3, либо из эквивалентного хода z_{123}

$$H_2^{(z_{123})} = H_1^{(z_{12})} + h_3 \quad (2.46)$$

с весом

$$p_{z_{123}} = \frac{C}{l_{z_{123}}}.$$

В узловом репере сходятся три хода (рис. 37), следовательно, можно воспользоваться последующей обработкой сети как с одной узловой точкой, т.е.

$$p_4 = \frac{C}{l_4}, p_5 = \frac{C}{l_5};$$

$$H_2^{(4)} = H_C + h_4; \quad v_{z_{123}} = H_2^{(cp)} - H_2^{(z_{123})};$$

$$v_{z_{12}} = v_{z_{123}} \cdot \frac{l_{z_{12}}}{l_{z_{123}}}; \quad v_3 = v_{z_{123}} \cdot \frac{l_3}{l_{z_{123}}}; \quad v_2 = v_{z_{12}} \cdot \frac{l_2}{l_{z_{12}}}; \quad v_1 = v_{z_{12}} \cdot \frac{l_1}{l_{z_{12}}}.$$

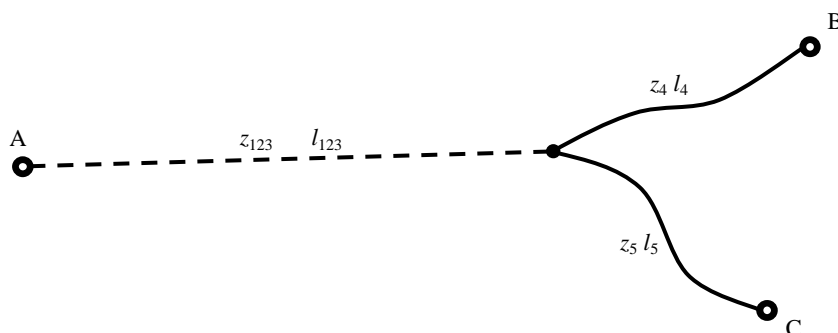


Рис. 37. Схема нивелирной сети после второй замены

Апостериорная оценка точности уравненной нивелирной сети с двумя или несколькими узловыми точками сводится к определению ошибки единицы веса μ , а также к оценке точности уравненных значений превышений. Кроме того необходимо среднюю квадратическую ошибку получения отметок узловых реперов

$$\mu^2 = \frac{[pvv]}{n - k}; \quad m_{км}^2 = \frac{\mu^2}{C}; \quad M_{H_2} = \mu \cdot \sqrt{\frac{1}{P_{H_2}}}. \quad (2.47)$$

где p_i - вес i - го хода;

v_i - поправка из уравнивания в превышение по i - му ходу;

n - количество ходов в сети (количество измеренных превышений);

k - количество определяемых реперов в сети;

C - константа при вычислении весов;

l_i - длина i - го хода;

P_{H_2} - вес второго узлового репера.

Чтобы получить вес репера 1, нужно уравнивать сеть заново, заменяя ходы 4 и 5 эквивалентным ходом и затем “складывая” ход 3 и полученный эквивалентный ход. В результате таких замен узловым репером, в котором будут сходиться три хода, должен стать репер 1.

2.7. Обработка нивелирной сети по способу узлов

При рассмотрении вопроса воспользуемся нивелирной сетью, изображенную на рис. 35. Отметки H_A , H_B , H_C , H_D реперов A , B , C и D являются исходными. По ходам измерены превышения h_1 , h_2 , h_3 , h_4 и h_5 . Необходимо определить отметки узловых реперов. Методика вычисления искомых отметок узловых реперов состоит том, что отметки реперов на первом этапе находятся по измеренным превышениям, сходящихся к узловым реперам, т.е.

$$H_1 = \frac{(H_A + h_1) \cdot p_1 + (H_B + h_2) \cdot p_2 + (H_2 - h_3) \cdot p_3}{p_1 + p_2 + p_3}; \quad (2.48)$$

$$H_2 = \frac{(H_C + h_4) \cdot p_4 + (H_D + h_5) \cdot p_5 + (H_1 + h_3) \cdot p_3}{p_3 + p_4 + p_5}. \quad (2.49)$$

Вес измеренного превышения в каждом отдельном ходе находится также, как и в предыдущих случаях

$$p_i = \frac{C}{l_i},$$

где l_i - длина хода, км;

C - средняя длина хода в сети, км.

При уравнивании превышений по отдельным ходам нивелирной сети воспользуемся относительными весами

$$p'_i = \frac{p_i}{\sum p_i}. \quad (2.50)$$

Сумма вычисленных по формуле (2.44) относительных весов на каждом определяемом узловом репере равняется 1,0. В первом приближении при вычислении отметки H_1 из формулы (2.42) исключается третье слагаемое.

При вычислении отметки в последующих приближениях в расчетах принимает участие отметка из предыдущего приближения.

Расчеты заканчиваются в том случае, когда отличие отметок узловых реперов в последнем и предпоследнем приближениях не превышает 1 мм.

Поправка в первое измеренное превышение определяется из выражения

$$v_1 = H_{1(yp)} - H_A,$$

во второе – по формуле

$$v_2 = H_{2(yp)} - H_B$$

и так далее. Вычисляют ошибку единицы веса согласно формулу

$$\mu = \sqrt{\frac{[pvv]}{n - k}}. \quad (2.51)$$

Значения весов узловых реперов в первом приближении вычисляются согласно следующим зависимостям:

$$P'_{H_1} = p_1 + p_2 + p_3 - \frac{p_3^2}{p_3 + p_4 + p_5}; \quad (2.52)$$

$$P'_{H_2} = p_3 + p_4 + p_5 - \frac{p_3^2}{p_1 + p_2 + p_3}, \quad (2.53)$$

а во втором соответственно

$$P''_{H_1} = p_1 + p_2 + p_3 - \frac{p_3^2}{P_{H_2}}; \quad (2.54)$$

$$P''_{H_2} = p_3 + p_4 + p_5 - \frac{p_3^2}{P_{H_1}}. \quad (2.55)$$

2.8. Обработка нивелирной сети по способу полигонов

При обработке способом полигонов, реализуются так называемые красные числа. Данный способ заключается в распределении полученных невязок в каждом полигоне в зависимости от весов нивелирных ходов, составляющих полигон.

Начинают обработку с того, что определяют число замкнутых полигонов, соответствующих количеству избыточных измерений. Иногда в полигон дополнительно включается условно ход между исходными реперами. Вычисляют невязки для замкнутых полигонов

$$f_h = \sum h_i,$$

где h_i - измеренные превышения по ходам полигона.

По всем ходам полигонов определяются красные числа

$$x_i = \frac{l_i}{[l_i]}, \quad (2.56)$$

где l_i - длина хода;

$[l_i]$ - периметр полигона.

Сумма красных чисел в полигоне равняется 1,0.

По завершению первого этапа переходят ко второму этапу, в котором приведенные невязки подсчитываются как суммы поправок, поступивших в полигон при последнем распределении невязок. Как только приведенные невязки во всех полигонах станут равными нулю, процесс обхода заканчивается.

2.9. Теория параметрического способа уравнивания

В геодезической практике встречаются случаи, когда необходимо определить некоторые величины косвенным путем, причем эти величины должны быть связаны с измеряемыми функциональными зависимостями.

Предположим нам известны результаты измерений n величин x_1, x_2, \dots, x_n . Требуется определить надежные значения k величин T_1, T_2, \dots, T_k , которые связаны с уравненными значениями X_1, X_2, \dots, X_k измеренных величин определенными функциональными зависимостями:

[illegible]

Равенства такого вида называются параметрическими уравнениями связи. Согласно (2.57) имеем

[illegible]

В случае, если имеют место результаты неравноточных измерений x_1, x_2, \dots, x_n , устанавливают веса p_1, p_2, \dots, p_n .

Уравненные значения измеренных величин будут

$$X_i = x_i + v_i, \quad (2.59)$$

где v_i - поправки в результаты измерений.

Тогда равенства (2.58) с учетом (2.59) примут вид

$$\begin{aligned} F_1(T_1, T_2, \dots, T_k) - x_1 &= v_1; \\ F_2(T_1, T_2, \dots, T_k) - x_2 &= v_2; \\ &\dots\dots\dots \\ F_n(T_1, T_2, \dots, T_k) - x_n &= v_n. \end{aligned} \tag{2.60}$$

Полученные равенства называются уравнениями поправок в общем виде.

В системе (2.60) число неизвестных будет $n + k > n$, т.е. превысит число уравнений в системе, что приводит к неопределенности решения. Для нахождения неизвестных воспользуемся принципом наименьших квадратов. Определим значения T_1, T_2, \dots, T_k при условии

$$[pvv] = \min.$$

Сделаем замену неизвестных через приближенные значения t_j и поправки к ним δt_j

$$T_j = t_j + \delta t_j. \quad (2.61)$$

Полученные значения неизвестных из (2.55) подставляем в уравнения системы (2.60). В результате чего получим

[illegible]

Приведем уравнения системы (2.62) к линейному виду, разложив в ряд Тейлора, при этом ограничиваясь только первыми степенями разложения

[illegible]

Введем следующие обозначения

$$\frac{\partial F_i}{\partial t_1} = a_i; \quad \frac{\partial F_i}{\partial t_2} = b_i; \dots; \quad \frac{\partial F_i}{\partial t_k} = g_k; \quad F_i(t_1, t_2, \dots, t_k) - x_i = l_i.$$

Подставив введенные обозначения в уравнения (2.63), получим уравнения поправок в линейном виде

$$\begin{aligned} & a_1 \delta t_1 + b_1 \delta t_2 + \dots + g_1 \delta t_k + l_1 = v_1; \\ & a_2 \delta t_1 + b_2 \delta t_2 + \dots + g_2 \delta t_k + l_2 = v_2; \\ & \dots\dots\dots \\ & a_n \delta t_1 + b_n \delta t_2 + \dots + g_n \delta t_k + l_n = v_n. \end{aligned} \tag{2.64}$$

Следовательно, коэффициенты a_i , b_i , ..., g_i являются частными производными от соответствующих функций по приближенным значениям искомых аргументов, а свободный член l_i - разность между приближенными и измеренными значениями функций.

Для решения и нахождения поправок δt_j согласно принципу наименьших квадратов составим функцию

[illegible]

Исследуем функцию (2.65) на экстремум, взяв частные производные по δt_i , полученные выражения приравняем к нулю

[illegible]

Сократив все члены равенств на 2 и приведя подобные, получим в символах Гаусса следующие уравнения в символах Гаусса:

Согласно (2.64 и (2.65) можно увидеть следующие свойства поправок

Уравнения системы (2.60) называются нормальными уравнениями и обладают следующими свойствами:

- В том случае, если однородные измерения равноточны, то их веса принимаются равными единице и система уравнений (2.63) принимает следующий вид:

Системы (2.66) и (2.68) имеют вполне определенное решение, поскольку мы имеем k число неизвестных и такое же число уравнений.

2.10. Матричный способ параметрического уравнивания

Система параметрических уравнений поправок (2.64) в матричной форме можно представить в следующем виде:

$$V = AT + L \dots P, \quad (2.69)$$

где V – вектор искомых поправок в результаты измерений;

A – матрица коэффициентов уравнения;

T – вектор поправок в принятые приближенные значения неизвестных;

L – вектор свободных членов;

P – диагональная матрица весов.

Все члены, входящие в уравнение матрицы, равны:

$$V = \begin{vmatrix} v_1 \\ v_2 \\ \dots \\ v_n \end{vmatrix}; \quad A = \begin{vmatrix} a_1 b_1 \dots g_1 \\ a_2 b_2 \dots g_2 \\ \dots \\ a_n b_n \dots g_n \end{vmatrix}; \quad T = \begin{vmatrix} \delta t_1 \\ \delta t_2 \\ \dots \\ \delta t_n \end{vmatrix}; \quad L = \begin{vmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \dots \\ l_3 \end{vmatrix}; \quad P = \begin{vmatrix} p_1 & & \\ & p_2 & \\ & & \dots \\ & & & p_n \end{vmatrix}. \quad (2.70)$$

Условие наименьших квадратов (2.1) в матричной форме имеет вид:

$$V'PV = \min, \quad (2.71)$$

где транспонированный вектор

$$V' = T'A' + L'. \quad (2.72)$$

В условие (2.69) подставим правые части выражений (2.67) и (2.69)

$$\begin{aligned} V'PV &= (T'A' + L')P(AT + L) = (T'A'P + L'P)(AT + L) = \\ &= T'A'PAT + ATL'P + T'A'PL + L'PL = \min \end{aligned}$$

Поскольку в полученном выражении $ATL'P = T'A'PL$, то условие наименьших квадратов (2.69) примет вид:

$$\Phi = V'PV = T'(A'PA)T + 2(LPA')T' + L'PL = \min.$$

Найдем производную функции Φ по T' и приравняем к нулю, в результате получим следующее

$$\frac{\partial \Phi}{\partial T'} = 2(A'PA)T + 2(LPA') = 0,$$

откуда после сокращений

$$(A'PA)T + LPA' = 0. \quad (2.73)$$

Введем обозначения

$$N = A'PA,$$

тогда

$$NT + LPA' = 0, \quad (2.74)$$

В результате получена матрица системы нормальных уравнений, где

$$N = A'PA = \begin{vmatrix} a_1 a_2 \dots a_n \\ b_1 b_2 \dots b_n \\ \dots \\ g_1 g_2 \dots g_n \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_n \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} a_1 a_2 \dots a_n \\ b_1 b_2 \dots b_n \\ \dots \\ g_1 g_2 \dots g_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} [paa] [pab] \dots [pag] \\ [pab] [pbb] \dots [pbg] \\ \dots \\ [pag] [pbg] \dots [pgg] \end{vmatrix}, \quad (2.75)$$

а вектор свободных членов

$$A'PL = \begin{vmatrix} a_1 a_2 \dots a_n \\ b_1 b_2 \dots b_n \\ \dots \\ g_1 g_2 \dots g_n \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \dots \\ p_n \end{vmatrix} \times \begin{vmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \dots \\ l_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} [pal] \\ [pbl] \\ \dots \\ [pgl] \end{vmatrix}. \quad (2.76)$$

Подставив полученные значения из (2.74) и (2.75) в уравнение (2.76), получим обычный вид системы нормальных уравнений в параметрическом способе уравнивания

$$\begin{aligned} [paa]\delta_1 + [pab]\delta_2 + \dots + [pag]\delta_k + [pal] &= 0; \\ [pab]\delta_1 + [pbb]\delta_2 + \dots + [pbg]\delta_k + [pbl] &= 0; \\ \dots & \\ [pag]\delta_1 + [pbg]\delta_2 + \dots + [pgg]\delta_k + [pgl] &= 0. \end{aligned}$$

2.11. Критерии нахождения грубых ошибок

2.11.1. Критерий допустимости размаха

При многочисленных независимых измерениях возможны результаты, по численному значению отличающиеся от остальных. Иногда это отличие настолько значительно, что сомнений в наличии грубой ошибки нет. В этом случае измерение, содержащее грубые ошибки бракуется. Однако часто уверенно отбраковывать измерения невозможно. Иными словами необходимо объективно оценить ка-

чество получаемых результатов. Субъективное отбрасывание экстремальных значений может привести к искажению опытных данных, а во-вторых, необоснованно отброшенное значение может отражать новые свойства. Существует несколько критериев отбраковки аномальных результатов. Рассмотрим некоторые из них.

Размахом R называется разность между экстремальными (максимальным и минимальным) значениями результатов многократных измерений некоторой величины

$$R = x_{max} - x_{min} , \quad (2.77)$$

где x_{max} и x_{min} - наибольшее и наименьшее значения результатов измерения одной и той же величины.

Здесь результаты независимы, распределены нормально и их среднее квадратическое отклонение известно. Нормированный размах

$$w = \frac{R}{\sigma} \quad (2.78)$$

будет допустимым, если $w \leq w_T$, в котором w_T выбирают по двум параметрам: n - числу измерений и p - доверительной вероятности (табл. 11).

Таблица 11

Значения нормированного размаха

| n | 0,95 | 0,99 | n | 0,95 | 0,99 | n | 0,95 | 0,99 |
|-----|------|------|-----|------|------|-----|------|------|
| 2 | 2,77 | 3,64 | 8 | 4,29 | 4,99 | 14 | 4,74 | 5,40 |
| 3 | 3,31 | 4,12 | 9 | 4,39 | 5,08 | 15 | 4,80 | 5,45 |
| 4 | 3,63 | 4,40 | 10 | 4,47 | 5,16 | 16 | 4,85 | 5,49 |
| 5 | 3,86 | 4,60 | 11 | 4,55 | 5,23 | 17 | 4,89 | 5,54 |
| 6 | 4,03 | 4,76 | 12 | 4,62 | 5,29 | 18 | 4,93 | 5,57 |
| 7 | 4,17 | 4,88 | 13 | 4,68 | 5,35 | 20 | 5,01 | 5,65 |

2.11.2. Критерии допустимости экстремальных значений

Эти критерии применяются для оценки независимых нормально распределенных результатов одной и той же величины. Они более чувствительны и универсальны, чем критерий размаха.

Варианты классифицируются в зависимости от того, известны ли априори значения двух параметров: X - математическое ожидание (истинное значение) определяемой величины и σ – среднее квадратическое отклонение результата измерения.

Если X неизвестно, то вычисляют среднее арифметическое

$$\bar{x} = \frac{[x]}{n}.$$

Если неизвестно значение σ , то вычисляют его эмпирическое значение

$$m = \sqrt{\frac{[\Delta\Delta]}{n}} \quad \text{или} \quad m = \sqrt{\frac{[vv]}{n-1}}.$$

После этого определяют значения экстремального нормированного отклонения

$$\text{I вариант: } \eta = \frac{|x_{\text{э}} - X|}{\sigma}; \quad (2.79)$$

$$\text{II вариант: } \eta = \frac{|x_{\text{э}} - X|}{m}; \quad (2.80)$$

$$\text{III вариант: } \eta = \frac{|x_{\text{э}} - \bar{x}|}{\sigma}; \quad (2.81)$$

$$\text{IV вариант: } \eta = \frac{|x_{\text{э}} - \bar{x}|}{m}, \quad (2.82)$$

где $x_{\text{э}}$ - экстремальные значения из ряда измерений.

Допустимые значения η экстремального нормированного отклонения приводятся в табл. 12

Таблица 12

Допустимые нормированные отклонения η

| Вариант | I | | II | | III | | IV | |
|---------|-------------|------|------|------|----------|------|------|------|
| Центр | X | | | | x | | | |
| СКО | $\sigma(x)$ | | m | | σ | | m | |
| n | 0,95 | 0,99 | 0,95 | 0,99 | 0,95 | 0,99 | 0,95 | 0,99 |
| 1 | 1,65 | 2,33 | - | - | - | - | - | - |
| 2 | 1,96 | 2,58 | 1,41 | 1,41 | 1,39 | 1,82 | - | - |
| 3 | 2,12 | 2,71 | 1,70 | 1,73 | 1,74 | 2,22 | 1,15 | 1,15 |
| 4 | 2,23 | 2,81 | 1,90 | 1,97 | 1,94 | 2,43 | 1,48 | 1,50 |
| 5 | 2,32 | 2,88 | 2,05 | 2,15 | 2,08 | 2,57 | 1,71 | 1,76 |
| 6 | 2,39 | 2,93 | 2,16 | 2,30 | 2,18 | 2,68 | 1,87 | 1,96 |
| 7 | 2,44 | 2,98 | 2,26 | 2,42 | 2,27 | 2,76 | 2,02 | 2,14 |
| 8 | 2,49 | 3,02 | 2,33 | 2,52 | 2,33 | 2,83 | 2,12 | 2,27 |
| 9 | 2,53 | 3,06 | 2,40 | 2,61 | 2,39 | 2,88 | 2,21 | 2,39 |
| 10 | 2,57 | 3,09 | 2,45 | 2,68 | 2,44 | 2,93 | 2,29 | 2,48 |
| 12 | 2,63 | 3,14 | 2,55 | 2,80 | 2,52 | 3,01 | 2,41 | 2,64 |
| 14 | 2,68 | 3,19 | 2,62 | 2,90 | 2,59 | 3,07 | 2,51 | 2,76 |
| 16 | 2,73 | 3,23 | 2,69 | 2,97 | 2,64 | 3,12 | 2,59 | 2,85 |
| 18 | 2,77 | 3,26 | 2,75 | 3,04 | 2,69 | 3,17 | 2,65 | 2,93 |
| 20 | 2,80 | 3,29 | 2,79 | 3,10 | 2,73 | 3,21 | 2,71 | 3,00 |
| 22 | 2,83 | 3,32 | 2,83 | 3,14 | 2,75 | 3,24 | 2,76 | 3,06 |
| 24 | 2,86 | 3,35 | 2,87 | 3,19 | 2,80 | 3,27 | 2,80 | 3,11 |
| 30 | 2,93 | 3,40 | 2,96 | 3,30 | 2,89 | 3,35 | 2,91 | 3,24 |
| 40 | 3,01 | 3,48 | 3,08 | 3,43 | 2,98 | 3,44 | 3,04 | 3,38 |
| 50 | 3,08 | 3,54 | 3,16 | 3,52 | 3,06 | 3,50 | 3,13 | 3,48 |
| 60 | 3,14 | 3,59 | 3,23 | 3,59 | 3,11 | 3,56 | 3,20 | 3,56 |
| 80 | 3,22 | 3,66 | 3,31 | 3,68 | 3,21 | 3,64 | 3,31 | 3,67 |
| 100 | 3,28 | 3,71 | 3,39 | 3,76 | 3,27 | 3,70 | 3,38 | 3,75 |

О г л а в л е н и е

| | |
|--|----|
| ВВЕДЕНИЕ | 3 |
| 1. НИВЕЛИРОВАНИЕ | 4 |
| 1.1. Высотные геодезические сети | 4 |
| 1.2. Сущность геометрического нивелирования..... | 11 |
| 1.3. Влияние кривизны Земли и вертикальной рефракции на горизонтальные и вертикальные измерения | 13 |
| 1.4. Классификация нивелиров | 15 |
| 1.5. Нивелирные рейки | 22 |
| 1.6. Поверки и исследования точных нивелиров..... | 23 |
| 1.6.1. Поверки точных нивелиров | 23 |
| 1.6.2. Определение цены деления уровня на экзаменаторе | 27 |
| 1.6.3. Исследование правильности хода фокусирующей линзы | 29 |
| 1.6.4. Определение коэффициента дальномера и асимметрии нитей | 30 |
| 1.6.5. Определение диапазона и ошибки работы компенсатора | 31 |
| 1.7. Устройство, поверки и исследования нивелирных реек..... | 34 |
| 1.8. Нивелирование III класса..... | 38 |
| 1.9. Обработка результатов нивелирования III класса | 44 |
| 1.9. Нивелирование IV класса | 44 |
| 1.10. Тригонометрическое нивелирование | 46 |
| 1.11. Тригонометрическое нивелирование | 50 |
| 2. СПОСОБЫ УРАВНИВАНИЯ | 51 |
| 2.1. Сущность принципа наименьших квадратов | 51 |
| 2.2. Коррелятивный способ уравнивания | 55 |
| 2.3. Матричный способ решения | 58 |
| 2.4. Уравнивание нивелирной сети коррелятивным способом | 59 |
| 2.5. Обработка нивелирной сети с одной узловой точкой | 61 |
| 2.6. Обработка нивелирной сети по способу эквивалентной замены | 63 |
| 2.7. Обработка нивелирной сети по способу узлов | 65 |

| | |
|--|----|
| 2.8. Обработка нивелирной сети по способу полигонов | 67 |
| 2.9. Теория параметрического способа уравнивания | 69 |
| 2.10. Матричный способ параметрического уравнивания | 71 |
| 2.11. Критерии нахождения грубых ошибок | 74 |
| 2.11.1. Критерий допустимости размаха..... | 74 |
| 2.11.2. Критерии допустимости экстремальных значений | 76 |
| Библиографический список | 80 |

Библиографический список

1. Геодезические приборы. Теодолиты. Нивелиры: учеб. пособие / Г.А. Уставич, А.М. Олейник, А.М. Попов, Я.Г. Пошивайло. – Тюмень: ТюмГНГУ, 2005. – 130 с.
2. Дьяков Б.Н. Геодезия. Общий курс: Учеб. пособие для вузов. - Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1993.- 171 с
3. Инженерная геодезия. Учеб. для вузов / Е.Б. Ключин, М.И. Киселев, Д.Ш. Михелев, В.Д. Фельдман; Под ред. Д.Ш. Михелева. - М.: Изд. центр "Академия", 2004. - 480 с.
4. Инструкция по нивелированию I, II, III и IV классов. Федеральная служба геодезии и картографии России. – М.: Картгеоцентр-Геодезиздат, 2004. – 244 с.
5. Поклад Г.Г. Геодезия: Учеб. для вузов. - М.: Недра, 1988. - 304 с.: ил.
6. Селиханович В.Г. Геодезия: учебник для вузов. – М.: Недра, 2000. – 544с.
7. Федотов Г.А. Инженерная геодезия. Учебник. - М.: Высш. шк., 2007.- 463 с.: ил.
8. Чеботарев А.С. Способ наименьших квадратов с основами теории вероятностей. – М.: Геодезиздат, 1958. – 606 с.

Учебное издание

Олег Автандилович Губеладзе

Геодезия
Уравнивание нивелирной сети III класса

Учебное пособие

Редактор *Н.Е. Гладких*
Компьютерная верстка и макет *О.А. Губеладзе*
Темплан 2013 г., поз.

| | |
|-------------------------------|---|
| Подписано в печать | Формат 60х84/16. Бумага писчая. Ризограф. |
| Уч.-изд. л. Усл.-печ. л. | Тира 100 экз. Заказ |

*Редакционно-издательский центр
Ростовского государственного строительного университета
344022. Ростов-на-Дону, ул. Социалистическая, 162*