



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Геодезия»

ОПРЕДЕЛЕНИЕ КООРДИНАТ ТОЧЕК ГЕОДЕЗИЧЕСКИМИ ЗАСЕЧКАМИ

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ

по выполнению заданий
по дисциплине
«ГЕОДЕЗИЯ»

Ростов-на-Дону
2023

УДК 528 (076.5)

Составители: А.Р. Губеладзе, Е.Н. Яговкина

Определение координат точек геодезическими засечками: методические указания по выполнению заданий по дисциплине «Геодезия» / сост. А.Р. Губеладзе, Е.Н. Яговкина. – Ростов-на-Дону: Донской гос. техн. ун-т, 2023. – 17 с.

Рассматриваются следующие виды засечек: линейно-угловая, прямая, обратная и т.д., а также задача Ганзена и передача координат с вершины на землю.

Разработаны варианты индивидуальных заданий для студентов.

Предназначены для обучающихся по специальности 21.05.01 "Прикладная геодезия" и по направлению подготовки 21.03.03 "Геодезия и дистанционное зондирование" очной и заочной форм обучения.

УДК 528 (076.5)

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Донского государственного технического университета

Ответственный за выпуск зав. кафедрой «Геодезия»
канд. техн. наук, доцент М.А. Николенко

В печать 10.05.2023 г.
Формат 60×84/16. Объем 1,1 усл. п. л.
Тираж 50 экз. Заказ № 783

Издательский центр ДГТУ
Адрес университета и полиграфического предприятия:
344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

© Донской государственный
технический университет, 2023

ОБЩИЕ СВЕДЕНИЯ

Геодезические засечки являются наиболее распространенным методом определения планового и высотного положения точек на местности.

В практике часто приходится определять координаты таких отдельных точек, которые не были включены в общую систему проложенных ходов. Эту задачу часто решают при:

- привязке плановых опознаков;
- построении и редуцировании строительной сетки;
- определении углов кварталов и опорных зданий;
- разбивке основных осей сооружений;
- наблюдениях за оползнями;
- определении крена высоких сооружений;
- вынесении в натуру проекта планировки;
- разбивке опор на мостовых переходах;
- съемке фасадов;
- привязке промерных точек;
- привязке проложенных ходов к пунктам геодезической основы.

Координаты отдельных точек можно определять теми же методами, которые применяются при проложении самих ходов, т.е. непосредственными измерениями углов и линий. Однако при этом часто, особенно когда определяемая точка находится на значительном расстоянии от исходных, прибегают к особым методам, которые рассмотрены ниже.

1. ЛИНЕЙНО-УГЛОВАЯ ЗАСЕЧКА

Линейно-угловые засечки, в которых сочетаются угловые и линейные измерения, позволяют сократить число станций, количество избыточных измерений и исходных пунктов. Создание и серийный выпуск современных светодальномеров и электронных тахеометров открыли реальные возможности широкого использования в геодезической практике разнообразных схем линейно-угловых засечек (рис.1).

Если определяемая точка P расположена недалеко от исходного пункта (рис. 1, а), то для определения ее координат измеряют расстояние d и примычные углы β и γ . Вычисляют среднее значение дирекционного угла направления (AP) из двух его значений:

$$(AP) = \frac{(AP)_1 + (AP)_2}{2},$$

где $(AP)_1 = (AB) - \beta$; $(AP)_2 = (AC) + \gamma$.

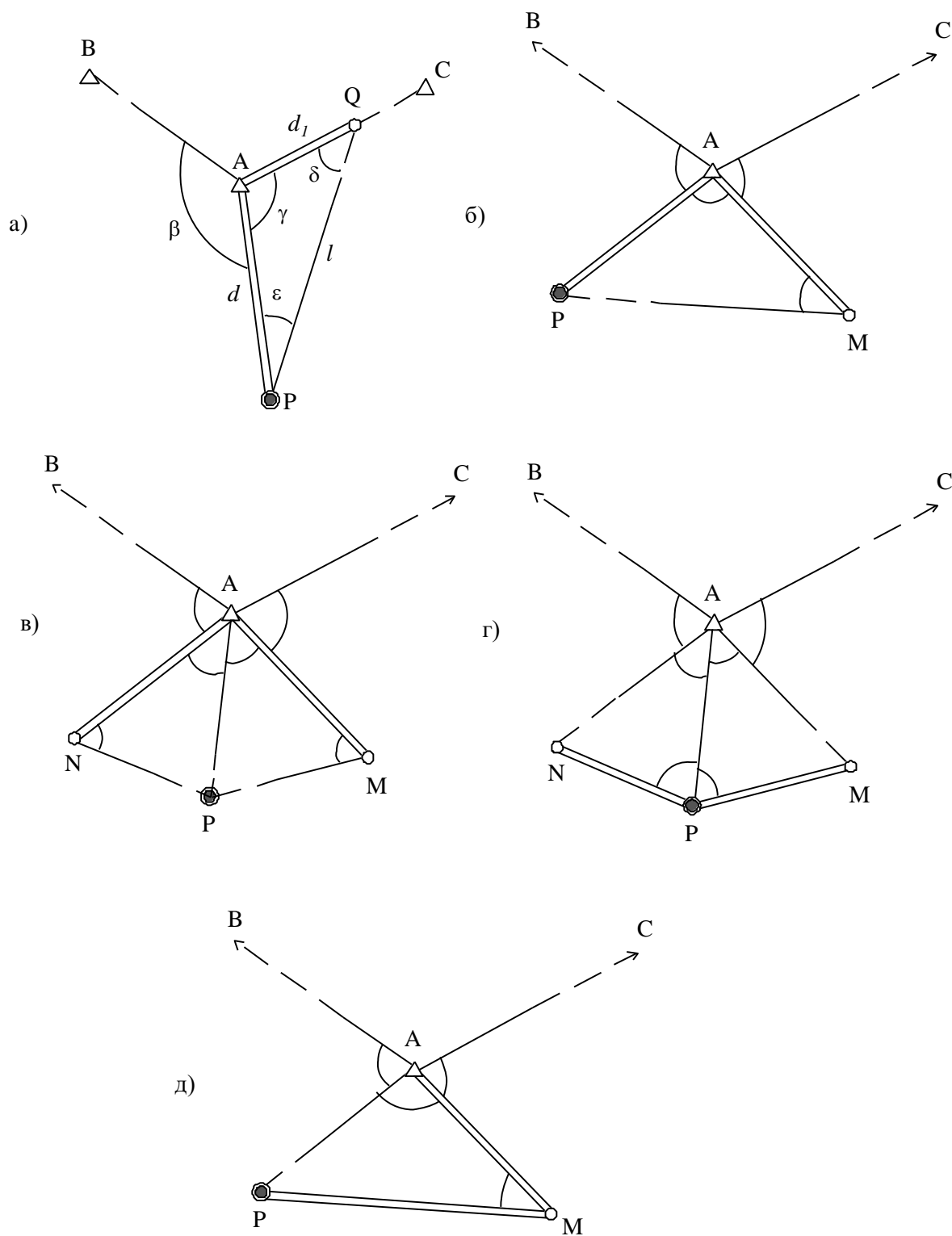


Рис. 1

Координаты точки P вычисляют по формулам

$$X_P = X_A + d \cos(AP); Y_P = Y_A + d \sin(AP).$$

Для контроля расстояния d следует наметить вспомогательную точку Q в створе AC . В треугольнике APQ измеряют расстояние d_1 и один из углов δ или ε . Если измерен угол δ , то угол ε получают вычислением

$$\varepsilon = 180^\circ - (\gamma + \delta).$$

Решая треугольник APQ по теореме синусов, получают контрольное значение расстояния $d = d_1 \sin \delta / \sin \varepsilon$, которое не должно отличаться от значения, полученного в результате измерения, более чем на $1/2000$ его величины, и дирекционные углы направлений AQ и QP . По этим данным можно вычислить координаты точки Q , а потом, для контроля, и координаты точки P .

На рис. 1, б, в, г, д показаны схемы, включая и такие, в которых непосредственное измерение расстояния до точки P невозможно. В таких случаях недоступное расстояние вычисляют или из решения двух треугольников (рис. 1, в и г), или двукратным решением одного треугольника по двум разным сторонам (рис. 1, д).

Погрешность положения точки P вычисляют по формуле

$$M_P = \sqrt{m_d^2 + \left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2 d^2}. \quad (1)$$

2. ПРЯМАЯ ЗАСЕЧКА

Прямую засечку (рис. 2) выполняют не менее чем с трех исходных пунктов.

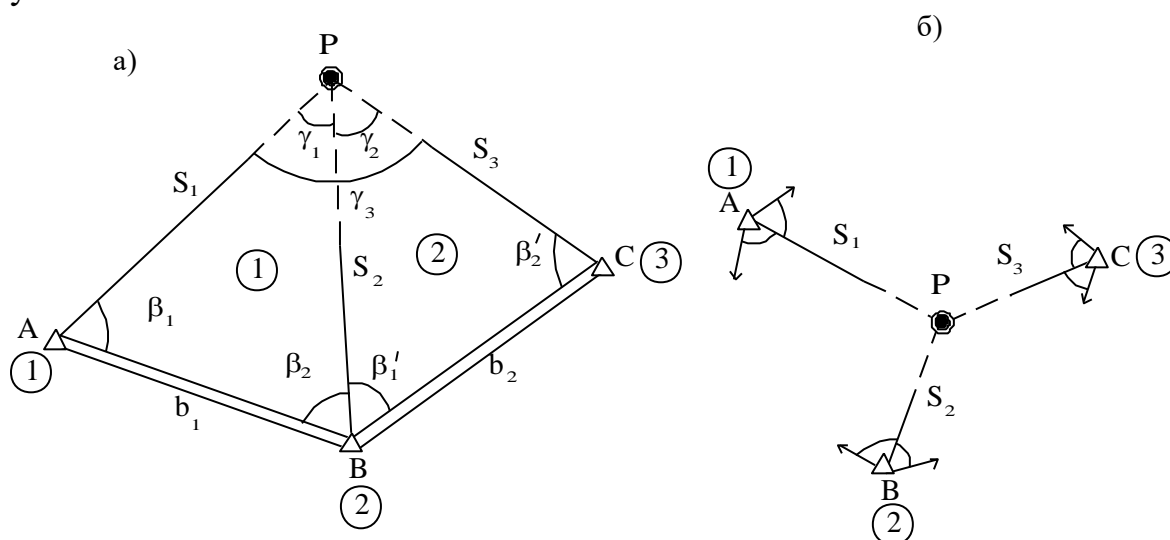


Рис. 2

Точность засечки зависит от величины угла, под которым пересекаются направления на определяемую точку P , и, кроме того, от длины этих направлений. Наилучшая засечка будет под углом $\gamma = 109^{\circ}28'$. Засечки под углами менее 30° и более 150° запрещены. Нежелательны засечки под углами, близкими к 30° . Вычисление координат точки P выполняют по разным формулам [3,4].

Формулы Юнга. При применении этих формул соблюдают следующий порядок обозначений: P - определяемая точка, $A(1)$ - левый исходный пункт, $B(2)$ - правый исходный пункт, если смотреть от линии AB на точку P ; β_1 - измеренный угол на пункте A ; β_2 - измеренный угол на пункте B (рис. 2, а).

Координаты точки P вычисляют по формулам:

$$\begin{aligned} X_P &= \frac{X_1 \operatorname{ctg} \beta_2 + X_2 \operatorname{ctg} \beta_1 + (Y_2 - Y_1)}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}, \\ Y_P &= \frac{Y_1 \operatorname{ctg} \beta_2 + Y_2 \operatorname{ctg} \beta_1 - (X_2 - X_1)}{\operatorname{ctg} \beta_1 + \operatorname{ctg} \beta_2}. \end{aligned} \quad (2)$$

Контролем получения координат определяемой точки является решение второго варианта засечки (треугольник BSP).

Решение прямой засечки выполняют в формуляре (прил. 2).

Для оценки точности положения точки P относительно исходных пунктов используют формулы

$$\begin{aligned} M_1 &= \frac{m_\beta b_1}{\rho \sin^2(\beta_1 + \beta_2)} \sqrt{\sin^2 \beta_1 + \sin^2 \beta_2}; \\ M_2 &= \frac{m_\beta b_2}{\rho \sin^2(\beta_1' + \beta_2')} \sqrt{\sin^2 \beta_1' + \sin^2 \beta_2'}; \end{aligned} \quad (3)$$

или

$$M_1 = \frac{m_\beta}{\rho \sin(\beta_1 + \beta_2)} \sqrt{S_1^2 + S_2^2}; \quad (4)$$

$$\begin{aligned} M_2 &= \frac{m_\beta}{\rho \sin(\beta_1' + \beta_2')} \sqrt{S_2^2 + S_3^2}; \\ M_P &= \frac{M_1 \cdot M_2}{\sqrt{M_1^2 + M_2^2}}; \end{aligned} \quad (5)$$

или формулу проф. К. Л. Проворова

$$M_P = \frac{m_\beta}{\rho} \sqrt{\frac{S_1^2 S_2^2 + S_2^2 S_3^2 + S_3^2 S_1^2}{S_1^2 \sin^2 \gamma_1 + S_2^2 \sin^2 \gamma_3 + S_3^2 \sin^2 \gamma_2}}. \quad (6)$$

Формулы Гаусса. Эти формулы применяют при отсутствии видимости между исходными пунктами (рис. 2, б).

Вычисления начинают с определения дирекционных углов примычных направлений на исходных пунктах (решение обратных задач).

После этого вычисляют дирекционные углы для трех направлений на определяемую точку P . Каждый угол определяют дважды от разных исходных дирекционных углов и через разные примычные углы. Расхождения между двумя значениями дирекционных углов не должны превышать $30''$. За окончательное значение дирекционных углов на определяемую точку берут среднее из двух значений.

Координаты точки P вычисляют по формулам:

– тангенсов

$$X_P = \frac{X_A \operatorname{tg}(AP) - X_B \operatorname{tg}(BP) + (Y_B - Y_A)}{\operatorname{tg}(AP) - \operatorname{tg}(BP)}; \quad (7)$$

$$Y_P = Y_A + (X_P - X_A) \operatorname{tg}(AP) = Y_B + (X_P - X_B) \operatorname{tg}(BP);$$

– котангенсов

$$Y_P = \frac{Y_A \operatorname{ctg}(AP) - Y_B \operatorname{ctg}(BP) + (X_B - X_A)}{\operatorname{ctg}(AP) - \operatorname{ctg}(BP)}; \quad (8)$$

$$X_P = X_A + (Y_P - Y_A) \operatorname{ctg}(AP) = X_B + (Y_P - Y_B) \operatorname{ctg}(BP).$$

Прежде чем переходить непосредственно к вычислениям, надо выбрать для решения две наилучшие комбинации, о качестве которых проще судить по углам засечки.

Если один из дирекционных углов в комбинации лежит в пределах $0^\circ \pm 15^\circ$ или $180^\circ \pm 15^\circ$, то следует применять формулы тангенсов. Если же один из дирекционных углов в комбинации лежит в пределах $90^\circ \pm 15^\circ$ или $270^\circ \pm 15^\circ$, то следует применить формулы котангенсов. При отсутствии указанных ограничений можно использовать любые формулы.

Обязательным контролем вычисления при каждой комбинации служит получение Y_P или X_P дважды по различным формулам.

Решение прямой засечки по формулам Гаусса выполняют в формуляре (прил. 3).

СКП положения определяемой точки P вычисляют по формулам (4)-(6).

3. ОБРАТНАЯ ЗАСЕЧКА

Обратной засечкой называют задачу по определению положения точки путем измерения углов на ней. При определении точки обратной засечкой с определяемой точки должно быть измерено не менее четырех направлений на исходные пункты.

Точность определения точки обратной засечкой в большой степени зависит от расположения определяемой точки P относительно исходных пунктов, поэтому нужно отбрасывать те комбинации, в которых определяемая точка лежит вблизи окружности, проходящей через исходные пункты.

Для вычисления координат точки P , определенной обратной засечкой, в настоящее время имеется много формул, предложенных различными учеными и производственниками [2,4].

Формула Деламбра предусматривает использование измеренных направлений (рис. 3) и имеет вид

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{(Y_2 - Y_1) \operatorname{ctg} \gamma_1 + (Y_1 - Y_3) \operatorname{ctg} \gamma_2 + X_3 - X_2}{(X_2 - X_1) \operatorname{ctg} \gamma_1 + (X_1 - X_3) \operatorname{ctg} \gamma_2 + Y_2 - Y_3}. \quad (9)$$

Исходные пункты нумеруют по ходу часовой стрелки. Если за первый пункт взять тот, на который при наблюдениях бралось начальное направление, то можно пользоваться непосредственно измеренными направлениями γ_1 , γ_2 и γ_3 .

Дирекционные углы направлений 2– P , 3– P , 4– P вычисляют по формулам:

$$\alpha_2 = \alpha_1 + \gamma_1; \quad \alpha_3 = \alpha_1 + \gamma_2;$$

$$\alpha_3 = \alpha_1 + \gamma_3.$$

Таким образом, можно определить координаты

определяемой точки P по формулам Гаусса (7)-(8) два раза.

Одну пару образуют направления, например, с пунктов 1 и 2, а во вторую пару надо включить направление, не использованное в формуле Деламбра (независимое направление).

Вычисление дирекционного угла начального направления по формуле Деламбра выполняют в формуляре (прил. 4).

Формулы И. Ю. Пранис-Праневича предусматривают получение координат определяемой точки P по трем исходным пунктам A , B , C и

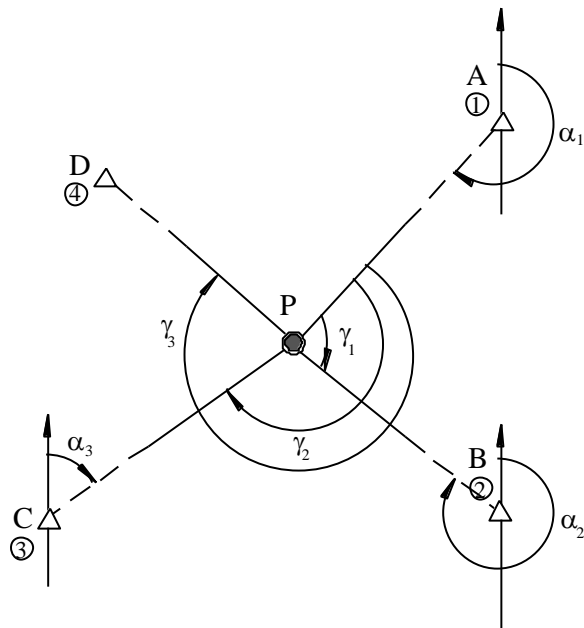


Рис. 3

двум углам β_1 и β_2 , измеряемым на точке P . Для контроля на точке P обязательно измеряют третий угол β_3 .

Исходные пункты и измеренные углы нумеруют против хода часовой стрелки (рис. 4)

Сводка формул:

$$1. \operatorname{tg} \Theta = \frac{(Y_2 - Y_1) \operatorname{ctg} \beta_1 - (Y_3 - Y_2) \operatorname{ctg} \beta_2 + (X_1 - X_3)}{(X_2 - X_1) \operatorname{ctg} \beta_1 - (X_3 - X_2) \operatorname{ctg} \beta_2 - (Y_1 - Y_3)} = \frac{A}{B}$$

$$2. N_1 = (Y_2 - Y_1)(\operatorname{ctg} \beta_1 - \operatorname{tg} \Theta) - (X_2 - X_1)(1 + \operatorname{ctg} \beta_1 \operatorname{tg} \Theta);$$

$$N_2 = (Y_3 - Y_2)(\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{tg} \Theta) + (X_3 - X_2)(1 - \operatorname{ctg} \beta_2 \operatorname{tg} \Theta).$$

Сходимость полученных значений N_1 и N_2 подтверждает правильность вычислений. В дальнейшем используют среднее значение $N = 0,5(N_1 + N_2)$.

$$3. \Delta X_2 = 1/(1 + \operatorname{tg}^2 \Theta);$$

$$X_P = X_B + \Delta X_2.$$

$$4. \Delta Y_2 = \Delta X_2 \cdot \operatorname{tg} \Theta;$$

$$Y_P = Y_B + \Delta Y_2.$$

Эти формулы представляют первый вариант засечки. Правильность всех вычислений (и полевых измерений) проверяют решением второго варианта засечки (по другой комбинации направлений с точки P на исходные пункты).

Погрешность положения точки P определяют по формулам:

– из первого варианта засечки

$$M_{P_1} = \frac{S_2 \cdot m_\beta}{\rho \cdot \sin(\varphi + \beta_1 + \beta_2)} \sqrt{\left(\frac{S_1}{AB}\right)^2 + \left(\frac{S_3}{BC}\right)^2};$$

– из второго варианта засечки

$$M_{P_2} = \frac{S_3 \cdot m_\beta}{\rho \cdot \sin(\psi + \beta_2 + \beta_3)} \sqrt{\left(\frac{S_2}{BC}\right)^2 + \left(\frac{S_4}{CD}\right)^2},$$

где φ и ψ - углы между исходными сторонами;

S_1, S_2, S_3, S_4 - расстояния между определяемой точкой и исходными пунктами;

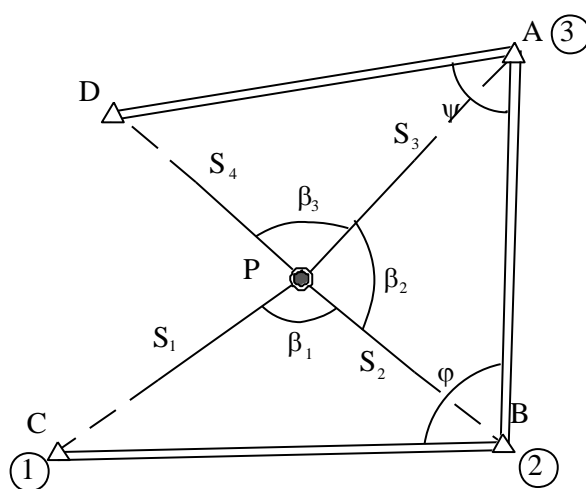


Рис. 4

AB , BC , CD - расстояния между исходными пунктами.

Общую погрешность положения точки P находят по формуле (5).
Формуляр решения по формулам И. Ю. Пранис-Праневича приведен в прил. 7.

4. КОМБИНИРОВАННАЯ (БОКОВАЯ) ЗАСЕЧКА

Комбинированная угловая засечка встречается при выполнении геодезических работ в сложных условиях, когда из-за ограниченной видимости или недоступности исходных пунктов нет возможности применить прямую или обратную угловые засечки (рис. 5). В этом случае устанавливают теодолит на ближайшем исходном пункте и измеряют два примычных угла β и γ , при этом между A и P должна быть двухсторонняя видимость.

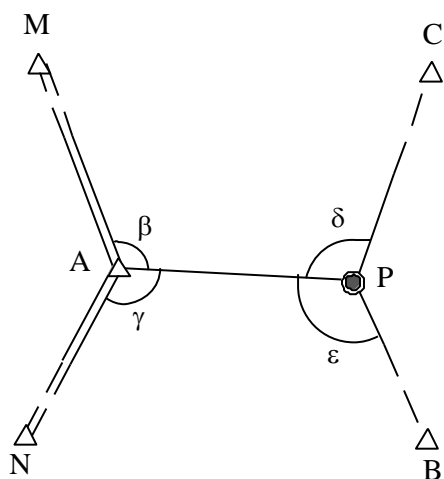


Рис. 5

Для определения координат точки P вначале через примычные углы β и γ дважды вычисляют дирекционный угол (AP) и берут его среднее значение:

$$(AP)_1 = (AM) + \beta; (AP)_2 = (AN) - \gamma;$$

$$(AP) = 0,5((AP)_1 + (AP)_2).$$

Затем через измеренные углы δ и ϵ вычисляют соответственно дирекционные углы (BP) и (CP) по формулам:

$$(BP) = (AP) - \epsilon;$$

$$(CP) = (AP) + \delta.$$

Имея дирекционные углы всех трех направлений, вычисляют координаты точки P по способу прямой засечки, используя формулы Гаусса (7)-(8).

5. ЗАДАЧА ГАНЗЕНА П. А.

Задача по определению координат двух точек C и D по двум исходным пунктам A и B возникает обычно при привязке полигонометрических ходов на застроенной территории, когда исходные пункты закреплены стенными знаками [4].

Для решения задачи измеряют углы α , β , γ и δ (рис. 6). Выбор мест определяемых точек следует производить так, чтобы в треугольниках, образованных наблюдаемыми направлениями и исходной стороной AB ,

не было слишком острых углов (менее 30°). Длина линии CD должна составлять не менее $0,5AB$.

Один из многочисленных вариантов решения задачи предусматривает использование следующих рабочих формул, предложенных Г. Н. Ребраковым:

$$ctg \varepsilon = \frac{\sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin(\alpha + \beta + \delta)}{\sin \alpha \cdot \sin \delta \cdot \sin(\beta + \delta + \gamma) \cdot \sin(\beta + \delta)} + ctg(\beta + \delta);$$

$$ctg \psi = \frac{\sin \alpha \cdot \sin \delta \cdot \sin(\beta + \delta + \gamma)}{\sin \beta \cdot \sin \gamma \cdot \sin(\alpha + \beta + \delta) \cdot \sin(\beta + \delta)} + ctg(\beta + \delta).$$

Контроль: $\varepsilon + \psi = \beta + \delta$. Расхождения в суммах не должны превышать $0,1'$. Вычисление углов ε и ψ выполняют в формуляре (прил. 5).

По измеренным углам вычисляют углы

$$\varphi_1 = 180^\circ - (\beta + \delta + \gamma) \text{ и}$$

$$\varphi_2 = 180^\circ - (\alpha + \beta + \delta), \text{ а затем, с}$$

учетом значений ε и ψ , решают прямые геодезические засечки по формулам Юнга (2). Контроль решения – по формулам Гаусса (7)-(8).

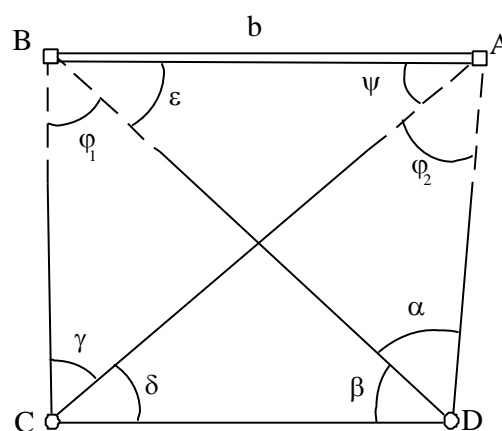


Рис. 6

Точность определения положения точек C и D составит:

$$M_C = \frac{m_\gamma \cdot b}{\rho \cdot \sin^2 \gamma} \sqrt{\sin^2 \psi + \sin^2(\varepsilon + \varphi_1)};$$

$$M_D = \frac{m_\alpha \cdot b}{\rho \cdot \sin^2 \alpha} \sqrt{\sin^2 \varepsilon + \sin^2(\psi + \varphi_2)}.$$

6. ПЕРЕДАЧА КООРДИНАТ С ВЕРШИНЫ ЗНАКА НА ЗЕМЛЮ

При привязке к недоступному для установки теодолита пункту A решают задачу по перенесению координат с вершины знака на землю. Для этого помимо базисов b_1 и b_2 измеряют углы β_1 , β_2 , β_1' , β_2' , δ и δ' (рис. 7).

Порядок решения задачи следующий [4]:

1. Из решения обратных геодезических задач (прил. 1) находят расстояния S_1 и S_2 и дирекционные углы (AB) и (AC) .

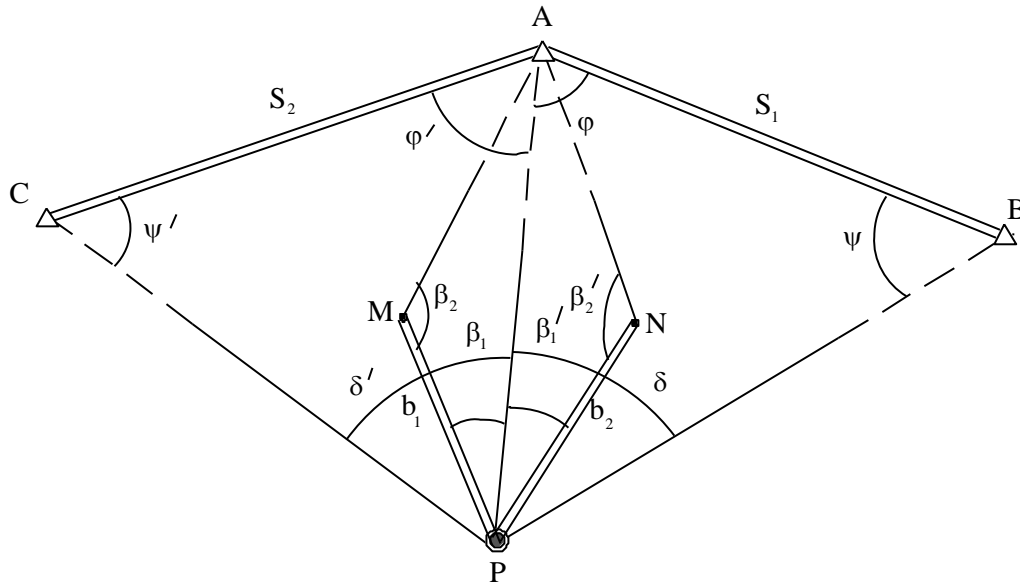


Рис. 7

2. Дважды вычисляют расстояние AP – из треугольника APM и треугольника APN

$$AP = d_1 = \frac{b_1 \sin \beta_2}{\sin(\beta_1 + \beta_2)} \quad \text{и} \quad AP = d_2 = \frac{b_2 \sin \beta_2'}{\sin(\beta_1' + \beta_2')}.$$

Относительная погрешность определения расстояния не должна превышать $\frac{1}{1000}$, тогда за окончательное значение расстояния AP принимают $d = 0,5(d_1 + d_2)$.

3. Из решения треугольника ABP и ACP находят значения вспомогательных углов ψ и ψ'

$$\sin \psi = \frac{d \sin \delta}{S_1} \quad \text{и} \quad \sin \psi' = \frac{d \sin \delta'}{S_2},$$

по которым вычисляют значения примычных углов φ и φ'

$$\varphi = 180^\circ - (\delta + \psi) \quad \text{и} \quad \varphi' = 180^\circ - (\delta' + \psi'),$$

необходимых для вычисления дирекционного угла направления AP :

$$(AP)_1 = (AB) + \varphi \quad \text{и} \quad (AP)_2 = (AC) - \varphi'.$$

Если расхождение в значениях $(AP)_1$ и $(AP)_2$ не превышает утроенной СКП измерения угла, то за окончательный дирекционный угол принимают $(AP) = 0,5[(AP)_1 + (AP)_2]$.

4. Решая прямую геодезическую задачу, находят значение координат точки P :

$$X_P = X_A + d \cdot \cos(AP); \quad Y_P = Y_A + d \cdot \sin(AP).$$

СКП положения точки P определяют по приближенной формуле

$$M_P = d \sqrt{\left(\frac{m_b}{b}\right)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{m_\beta}{\rho}\right)^2},$$

где $\frac{m_b}{b}$ – относительная погрешность измерения базиса;

m_β – СКП измерения угла.

Решение задачи выполняют в формуляре (прил. 6).

7. ЛИНЕЙНАЯ ЗАСЕЧКА

Использование в геодезической практике светодальномеров и электронных тахеометров позволяет определять положение точки линейными засечками (рис. 8). С этой целью измеряют расстояние от точки P до ближайших исходных пунктов A и B , расстояние между которыми известно или может быть определено по координатам этих пунктов [2].

Решая треугольник ABP , в котором известны три его стороны S_1 ,

S_2 и S_3 , можно определить все три его угла; например, из формулы $S_1^2 = S_2^2 + S_3^2 - 2S_2S_3 \cos A$ следует, что

$$\cos A = \frac{S_2^2 + S_3^2 - S_1^2}{2S_2S_3}.$$

Сумма трех вычисленных углов должна равняться 180° , что служит

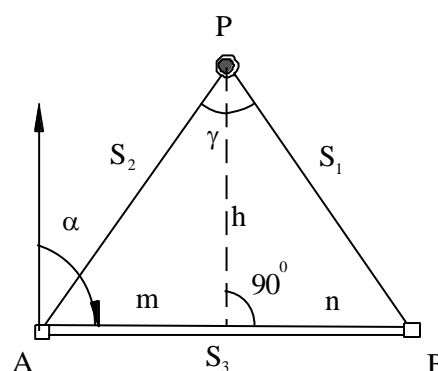


Рис. 8

контролем правильности их вычисления.

Имея в треугольнике ABP известные углы и стороны, можно, применяя формулы Юнга (2), вычислить координаты X_P и Y_P .

В целях контроля вычисления координат точки P линейную засечку выполняют построением не одного, а двух треугольников; при этом должен быть использован третий исходный пункт, до которого может быть измерено расстояние от точки P .

Погрешность положения точки P из однократной линейной засечки определяют по формуле

$$M_{P_1} = \frac{m_S}{S \cdot \sin \gamma} \sqrt{S_1^2 + S_2^2},$$

где $\frac{m_S}{S}$ - относительная погрешность измерения линий;

γ - угол засечки при определяемой точке.

Для вычисления линейной засечки можно использовать формулы, предложенные В. А. Полевым:

$$1. m = \frac{S_2^2 + S_3^2 - S_1^2}{2S_3}; \quad n = \frac{S_1^2 + S_3^2 - S_2^2}{2S_3}; \quad m + n = S_3.$$

$$2. h = \sqrt{S_2^2 - m^2} = \sqrt{S_1^2 - n^2}.$$

Высота h принимает положительное значение, если для получения α_{AP} угол A надо вычитать из α , и отрицательное, если угол A надо прибавлять.

$$3. X_P = X_A + m \cdot \cos \alpha + h \cdot \sin \alpha; \quad Y_P = Y_A + m \cdot \sin \alpha - h \cdot \cos \alpha;$$

или

$$X_P = X_B + n \cdot \cos \alpha' + h \cdot \sin \alpha'; \quad Y_P = Y_B + n \cdot \sin \alpha' - h \cdot \cos \alpha',$$

где $\alpha' = \alpha + 180^\circ$.

Литература

1. Дьяков Б.Н. Геодезия. Общий курс: Учеб. пособие для вузов. - Новосибирск: Изд-во Новосиб. ун-та, 1993. - 171 с
2. Инженерная геодезия. Учеб. для вузов / Е.Б. Ключин, М.И. Киселев, Д.Ш. Михелев, В.Д. Фельдман; Под ред. Д.Ш. Михелева. - М.: Изд. центр "Академия", 2004. - 480 с.
3. Поклад Г.Г. Геодезия: учебное пособие для вузов. — М.: Академический Проект, 2007. — 592 с.
4. Селиханович В.Г. Геодезия: учебник для вузов. – М.: Недра, 2012. – 544с.
5. Федотов Г.А. Инженерная геодезия. Учебник. - М.: Высш. шк., 2007. - 463 с.
6. Голубев В.В., Маркузе Ю.И. Теория математической обработки геодезических измерений. Академический проект, - М.: 2020 г., 247 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложения 1. Обратная геодезическая задача

Последовательность действий		Обозначения		Название пунктов		Схема
				$B -$ $A -$		
1	2	X_B	Y_B			
3	4	X_A	Y_A			
5	6	$\Delta X = X_B - X_A$	$\Delta Y = Y_B - Y_A$			
7		$tgr = \Delta Y / \Delta X$				
8	9	r	α			
10	11	$\sec \alpha$	$\operatorname{cosec} \alpha$			
12	13	$S = \Delta X \cdot \sec \alpha$	$S = \Delta Y \cdot \operatorname{cosec} \alpha$			

Приложения 2. Вычисление координат по формулам Юнга

Пункты 1, 2-исходные Р- определяемый	УГЛЫ	X_1 X_2 X_P	$\operatorname{ctg} \beta_2$ $\operatorname{ctg} \beta_1$ $\operatorname{ctg} \beta_2 + \operatorname{ctg} \beta_1$	Y_1 Y_2 Y_P	Схема
	β_2 β_1				
	β_2' β_1'				

Приложения 3. Вычисление координат по формулам Гаусса

Название пунктов	Дирекционные углы	X_1 X_2 X_P	$\operatorname{tg} \alpha_1$ $\operatorname{tg} \alpha_2$ $\operatorname{tg} \alpha_1 - \operatorname{tg} \alpha_2$	Y_1 Y_2 Y_P	Схема
1, 2-исходные Р- определяемый	α_1 α_2				

Приложения 4. Вычисление дирекционного угла начального направления по формуле Деламбра

Название исходных пунктов	Y_2 Y_1 Y_3	α β $ctg\alpha$ $ctg\beta$	X_2 X_1 X_3	Схема
2 – 1 – 3 – Числитель Знаменатель		tgr r α		

Приложения 5. Вычисление углов ε и ψ при решении задачи Ганзена

Обозначение	Результаты	Обозначение	Результаты	Обозначение	Результаты	Схема
α β δ γ $\beta + \delta$ $\alpha + \beta + \delta$ $\beta + \delta + \gamma$ Контроль: $\varepsilon + \psi$		$\sin \alpha$ $\sin \beta$ $\sin \delta$ $\sin \gamma$ $\sin(\beta + \delta)$ $\sin(\alpha + \beta + \delta)$ $\sin(\beta + \delta + \gamma)$ $ctg(\beta + \delta)$		Числитель B Знаменатель B $ctg\varepsilon$ ε Числитель A Знаменатель A $ctg\psi$ ψ		

Приложения 6. Передача координат с вершины знака на землю

[illegible]