



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ДОНСКОЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Кафедра «Геодезия»

УРАВНИВАНИЕ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКОГО ХОДА КОРРЕЛАТНЫМ СПОСОБОМ

Методические указания
по выполнению ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЫ
по дисциплине «ГЕОДЕЗИЯ»

Ростов-на-Дону
2023

УДК 528.1
ББК 26.104

Составители: Г.К. Туполева, А.Р. Губеладзе

Уравнивание полигонометрического хода коррелятным способом: методические указания по выполнению лабораторной работы по дисциплине «Геодезия» / сост. Г.К. Туполева, А.Р. Губеладзе. – Ростов-на-Дону: Донской гос. техн. ун-т, 2023. – 17 с.

Изложены вопросы, связанные с теорией коррелятного способа уравнивания, основанного на принципе наименьших квадратов. Рассмотрен порядок уравнивания и оценки точности одиночного полигонометрического хода коррелятным способом. Приведен пример выполнения работы.

Разработаны варианты индивидуальных заданий для студентов.

УДК 528.1
ББК 26.104

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Донского государственного технического университета

Ответственный за выпуск зав. кафедрой «Геодезия»
к.т.н., доцент М.А. Николенко

В печать 11.04.2023 г.
Формат 60×84/16. Объем 1,1 усл. п. л.
Тираж 100 экз. Заказ № 550

Издательский центр ДГТУ
Адрес университета и полиграфического предприятия:
344003, г. Ростов-на-Дону, пл. Гагарина, 1

© Донской государственный
технический университет, 2023

УРАВНИВАНИЕ ПОЛИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ХОДОВ

1. Постановка задачи уравнивания

Определим число избыточных измерений в полигонометрическом ходе (рис. 1), опирающемся на исходные пункты T_H и T_K и исходные дирекционные углы α_H и α_K :

$$r = n - k, \quad (1.1)$$

где n - число всех измерений;

k - число необходимых измерений (число неизвестных).

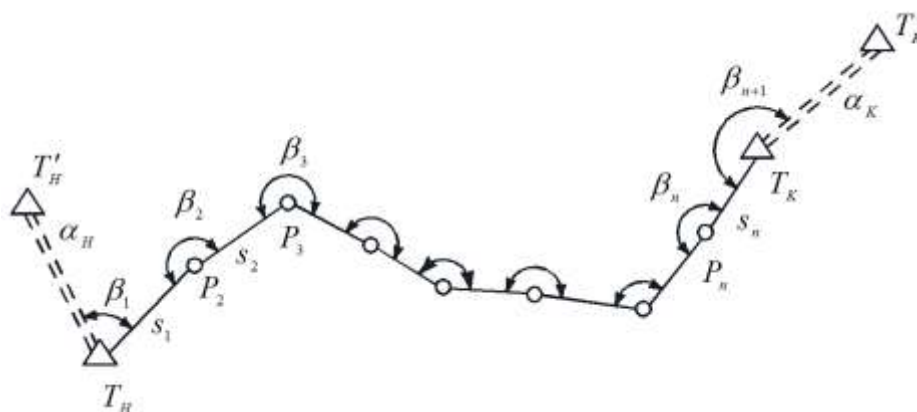


Рис. 1. Разомкнутый одиночный полигонометрический ход

В разомкнутом полигонометрическом ходе измеряют n сторон и $n + 1$ углов. Тогда

$$r = 2n + 1 - 2(n - 1) = 3. \quad (1.2)$$

Способы уравнивания делятся на строгие, когда уравнивание производится согласно принципу наименьших квадратов, т.е. согласно условию

$$[pvv] = \min,$$

и нестрогие или отдельные, когда поправки в измеренные углы и вычисленные приращения координат водят отдельно. К строгим способам относятся параметрический и коррелятный. Рассмотрим уравнивание полигонометрического хода коррелятным способом.

2. Уравнивание полигонометрического хода коррелятным способом

Матричная форма записи уравнений поправок в коррелятном способе уравнивания имеет следующий вид

$$A_{rn} \cdot V_{n1} + W_{r1} = 0, \quad (2.1)$$

здесь A_{rn} - матрица коэффициентов уравнений поправок;

V_{n1} - вектор поправок размером;

W_{r1} - вектор невязок;

n - число измерений;

k - число определяемых неизвестных;

r - число избыточных измерений, равное количеству условий.

Условие минимума можно представить в виде

$$V_{n1}^T \cdot P_{nn} \cdot V_{n1} = \min. \quad (2.2)$$

Получим систему нормальных уравнений коррелат

$$N_{rr} \cdot K_{r1} + W_{r1} = 0, \quad (2.3)$$

здесь N_{rr} - матрица коэффициентов нормальных уравнений:

$$N_{rr} = A_{rn} \cdot Q_{nn} \cdot A_{rn}^T \quad (2.4)$$

Q_{nn} - матрица обратных весов;

K_{r1} - вектор коррелат.

Получим коррелятное уравнение поправок

$$V_{n1} = Q_{nn} \cdot A_{rn}^T \cdot K_{rn}. \quad (2.5)$$

Условие дирекционных углов имеет вид

$$[v_\beta] + f_\beta = 0, \quad (2.6)$$

где f_β - угловая невязка хода;

v_β - поправки в измеренные значения углов.

Следующее условие выразится уравнениями координат:

$$\begin{aligned} [v_x] + f_x &= 0; \\ [v_y] + f_y &= 0. \end{aligned} \quad (2.7)$$

Здесь f_x и f_y – невязки по приращениям координат, определяемые согласно равенствам

$$\begin{aligned} f_x &= \sum \Delta X_{выч} - (X_{кон} - X_{нач}); \\ f_y &= \sum \Delta Y_{выч} - (Y_{кон} - Y_{нач}). \end{aligned} \quad (2.8)$$

Поправки в приращения координат определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} v_{\Delta X_i} &= \cos \alpha_i \cdot v_{s_i} - \Delta Y \cdot \frac{v_{\alpha_i}}{\rho}; \\ v_{\Delta Y_i} &= \sin \alpha_i \cdot v_{s_i} + \Delta X \cdot \frac{v_{\alpha_i}}{\rho}. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Согласно (2.38) получим уравнения координат:

$$\begin{aligned} [\cos \alpha \cdot v_s] - \frac{1}{\rho} \cdot [\Delta Y \cdot v_\alpha] + f_x &= 0; \\ [\sin \alpha \cdot v_s] + \frac{1}{\rho} \cdot [\Delta X \cdot v_\alpha] + f_y &= 0. \end{aligned} \quad (2.10)$$

Представив равенства (2.39) относительно измеренных углов, получим

$$\begin{aligned} [\cos \alpha \cdot v_s] - \frac{1}{\rho} \cdot [(Y_{n+1} - Y) \cdot v_\beta] + f_x &= 0; \\ [\sin \alpha \cdot v_s] + \frac{1}{\rho} \cdot [(X_{n+1} - X) \cdot v_\beta] + f_y &= 0. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Тогда нормальные уравнения коррелат будут иметь вид:

$$\begin{aligned}
[qaa] \cdot k_1 + [qab] \cdot k_2 + [qac] \cdot k_3 + f_\beta &= 0; \\
[qab] \cdot k_1 + [qbb] \cdot k_2 + [qbc] \cdot k_3 + f_x &= 0; \\
[qac] \cdot k_1 + [qbc] \cdot k_2 + [qcc] \cdot k_3 + f_y &= 0.
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Здесь q соответствует обратному весу измеренных величин

$$q = \frac{1}{p}.$$

Представим нормальные уравнения коррелят в следующем виде

$$\begin{aligned}
q \cdot (n+1) \cdot k_1 - \frac{q_\beta}{\rho} [(Y_{n+1} - Y)] \cdot k_2 + \frac{q_\beta}{\beta \rho} [(X_{n+1} - X)] \cdot k_3 + f_\beta &= 0; \\
-\frac{q_\beta}{\rho} \cdot [(Y_{n+1} - Y)] \cdot k_1 + \left\{ \frac{q_\beta}{\rho^2} [(Y_{n+1} - Y)^2] + [q_s \cdot \cos^2 \alpha] \right\} \cdot k_2 - \\
-\left\{ \frac{q_\beta}{\rho^2} \cdot [(Y_{n+1} - Y) \cdot (X_{n+1} - X)] + [q_s \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha] \right\} \cdot k_3 + f_x &= 0; \\
\frac{q_\beta}{\rho} \cdot [(X_{n+1} - X)] \cdot k_1 + \left\{ \frac{q_\beta}{\rho^2} [(Y_{n+1} - Y) \cdot (X_{n+1} - X)] + [q_s \cdot \cos \alpha \cdot \sin \alpha] \right\} \cdot k_2 + \\
+ \left\{ \frac{q_\beta}{\rho^2} \cdot [(X_{n+1} - X)^2] + [q_s \cdot \sin^2 \alpha] \right\} \cdot k_3 + f_y &= 0.
\end{aligned}$$

После нахождения корреляты k_1, k_2, k_3 вычисляют поправки в измеренные значения

$$v_{\beta_i} = q_\beta \cdot \left\{ k_1 - \frac{1}{\rho} \cdot (Y_{n+1} - Y_i) \cdot k_2 + \frac{1}{\rho} \cdot (X_{n+1} - X_i) \cdot k_3 \right\}; \tag{2.13}$$

$$v_{s_i} = q_{s_i} \cdot \{ \cos \alpha_i \cdot k_2 + \sin \alpha_i \cdot k_3 \}. \tag{2.14}$$

Поправки в дирекционные углы получают согласно поправкам в измеренные углы v_β .

Исправленные значения приращений координат определяются по окончательным значениям длин линий и дирекционным углам сторон хода. Заключительный контроль выполняют по исходным координатам

$$X_{\text{кон}} = X_{\text{нач}} + \Sigma \Delta X_{\text{ур}}; \quad Y_{\text{кон}} = Y_{\text{нач}} + \Sigma \Delta Y_{\text{ур}}. \tag{2.15}$$

Оценка точности уравненных элементов в коррелятном способе уравнивания

Для оценки точности в коррелятном способе уравнивания составляется функция U по уравненным значениям измеренных величин X_i

$$U = f(X_1, X_2, \dots, X_n). \tag{2.16}$$

Средняя квадратическая ошибка функции вычисляется согласно формуле

$$m_U = \mu \sqrt{\frac{1}{P_U}}, \tag{2.17}$$

где μ - ошибка единицы веса;

P_U - вес функции уравненных величин.

Ошибка единицы веса при неравноточных измерениях в свою очередь определяется по формуле

$$\mu = \sqrt{\frac{[p_{vv}]}{r}}, \quad (2.18)$$

а обратный вес функции находится из выражения

$$\frac{1}{P_F} = [qff \cdot r] = [qff] - \frac{[qaf]^2}{[qaa]} - \frac{[qbf \cdot 1]^2}{[qbb \cdot 1]} - \dots - \frac{[qgf(r-1)]^2}{[qgg(r-1)]}, \quad (2.19)$$

где a, b, \dots, g - коэффициенты при поправках в условных уравнениях;

f - коэффициенты в оцениваемой функции, приведенной к линейному виду.

В общем случае любую функцию уравненных значений углов и линий полигонометрического хода можно представить в виде

$$U = f_0 + f'_1 v_{\beta_1} + f'_2 v_{\beta_2} + \dots + f'_{n+1} v_{\beta_{n+1}} + f''_1 v_{s_1} + f''_2 v_{s_2} + \dots + f''_n v_{s_n}, \quad (2.20)$$

где f_0 - значение функции, вычисленное по измеренным значениям углов и линий;

f' и f'' - коэффициенты соответственно при угловых и линейных поправках

$$\begin{aligned} U_{si} &= s_{0,i} + v_{si}, \\ U_{\beta i} &= \beta_{0,i} + v_{\beta i}, \\ U_{\alpha i} &= \alpha_{0,i} + [\beta]_i, \\ U_{xi} &= x_{0,i+1} + [\cos \alpha \cdot v_s]_i - \frac{1}{\rho} [(y_{i+1} - y) v_{\beta}]_i, \\ U_{yi} &= y_{0,i+1} + [\sin \alpha \cdot v_s]_i + \frac{1}{\rho} [(x_{i+1} - x) v_{\beta}]_i \end{aligned} \quad (2.21)$$

где $s_0, \beta_0, \alpha_0, x_0, y_0$ - значения функций, полученные по измеренным значениям углов и линий.

Для полигонометрического хода ошибка единицы веса μ будет иметь вид

$$\mu = \sqrt{\frac{[p_{\beta} v_{\beta}^2] + [p_s v_s^2]}{r}}. \quad (2.22)$$

Обратный вес будет определяться выражением (2.19). Вычисление обратного веса функции можно выполнять совместно с решением нормальных уравнений коррелат способом последовательного исключения неизвестных в дополнительных столбцах.

3. Уравнивание полигонометрического хода коррелатным способом

ЗАДАНИЕ

Выполнить уравнивание полигонометрического хода и вычислить средние квадратические ошибки четвертого дирекционного угла и координат пятого пункта .

ИСХОДНЫЕ ДАННЫЕ.

1. Для вариантов 1-20 полигонометрический ход Николаево - Бельцово: варьируются значения измеренных углов и длин линий- приложение 1 таблицы 1,2;

Исходные дирекционные углы и координаты исходных пунктов :

Дирекционные углы		Координаты исходных пунктов, м			
Коврово-Николаево	Бельцово-Панино	Николаево		Бельцово	
		X	Y	X	Y
113 28 39	159 14 09	10901.025	7050.400	9619.164	9076.842

2. Для вариантов 21- 36 полигонометрический ход Никитино – Павлово: варьируются значения исходных дирекционных углов и координат исходных пунктов –приложение 1 таблица 3, 4;

Измеренные углы поворота β – левые, длины линий измерены светодальномером.

Точность полевых измерений: $m_\beta = 2''$; $m_s = 16.3$ мм;

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ.

1. Выполняют предварительные вычисления в графах 1-9 таблицы 1 в следующей последовательности.

1) Вычисляют угловую невязку по формуле

$$f_\beta = \sum \beta - ((\alpha_k - \alpha_n) + 180 (n+1)) \quad (3.1),$$

где α_k , α_n – конечный и начальный исходные дирекционные углы.

Предельную угловую невязку вычисляют по формуле

$$предf_\beta = 2m_\beta \sqrt{n+1} \quad (3.2),$$

при этом должно соблюдаться условие

$$f_\beta \leq предf_\beta \quad (3.3)$$

2) Вычисляют дирекционные углы сторон хода по не уравненным углам (графа 3)

$$\alpha_{i+1} = \alpha_i \pm 180 + \beta_{лев} \quad (3.4)$$

3) Вычисляют приращения координат

$$\Delta x_i = s_i \cos \alpha_i$$

$$\Delta y_i = s_i \sin \alpha_i \quad 3.(5)$$

и невязки в приращениях f'_x и f'_y

$$\begin{aligned} f'_x &= \sum \Delta x - (x_k - x_n) \\ f'_y &= \sum \Delta y - (y_k - y_n) \end{aligned} \quad (3.6)$$

4) Вычисляют абсолютную f_s и относительную невязки хода

$$\frac{f_s}{[s]}, \quad f_s = \sqrt{f'_x{}^2 + f'_y{}^2}$$

Относительная невязка хода не должна превышать приведенного в инструкции допустимого значения для полигонометрии данного разряда.

5) Вычисляют координаты x и y в графах графы 8 и 9 таблицы 1, которые контролируются равенствами

$$\begin{aligned} X_{\text{к выч}} - X_{\text{к}} &= f'_y \\ Y_{\text{к выч}} - Y_{\text{к}} &= f'_x \end{aligned} \quad (3.7)$$

6) В графах 10 и 11 вычисляют разности координат $(y_8 - y)$, $(x_8 - x)$ до 0.001 км.

2. Составляют три условных уравнения:

$$\begin{aligned} [v_\beta] + f_\beta &= 0 \\ [v_s \cos \alpha] - \frac{1}{\rho} [v_\beta (y_{n+1} - y)] + f_x^1 &= 0 \quad (3.8), \\ [v_s \sin \alpha] + \frac{1}{\rho} [v_\beta (x_{n+1} - x)] + f_y^1 &= 0 \end{aligned}$$

где поправки v_s и невязки f'_x , f'_y берут в сантиметрах;

величину $1/\rho$ увеличивают в 100 000 раз;

разности координат $y_{n+1} - y$, $x_{n+1} - x$ уменьшают в это же число раз, т.е. выражают в километрах.

Для упрощения вычислений нормальные уравнения приводят к равноточному виду, для чего умножают коэффициенты коррелятных уравнений на корни квадратные из соответствующих обратных весов $\sqrt{q_\beta}=1$, $\sqrt{q_s}=m_s/m_\beta=0.815$ (графа 9 таблица 2).

Тогда условные уравнения (8) примут вид

$$\begin{aligned} [v_\beta] - 6'' &= 0 \\ 0.815 [\cos \alpha v, \text{см}] - 0.485 [(y_8 - y), \text{км} v_\beta] - 3.3 \text{см} &= 0 \\ 0.815 [\sin \alpha v, \text{см}] + 0.485 [(x_8 - x), \text{км} v_\beta] + 4.8 \text{см} &= 0 \end{aligned} \quad (3.9)$$

3. По полученным уравнениям (9) составляют таблицу коэффициентов условных уравнений (верхняя часть таблицы 2).

Коэффициенты при поправках в этих условных уравнениях обозначают буквами: в первом – a_i (2-я колонка), во втором b_i (3-я колонка), в третьем c_i (4-я колонка). В первой колонке в строках 1-8 выписывают название поправок в углы, в строках 10-16- поправок в линии.

В колонке 2 (а) выписывают коэффициенты при поправках v_β в первом уравнении; они равны единице.

В колонке 3 (б) вычисляют коэффициенты при поправках v_s и v_β во второе уравнение

Например

$$\begin{aligned} v_{\beta 1} &= -0.485 \cdot (2.026) = -0.98, \\ v_{\beta 2} &= -0.485 \cdot (1.524) = -0.74, \text{ и т.д.} \\ v_{s1} &= 0.815 \cdot (-0.415863) = -0.34; \\ v_{s2} &= 0.815 \cdot (-0.999104) = -0.81; \text{ и т.д.} \end{aligned}$$

В колонке 4 (с) вычисляют коэффициенты при поправках v_s и v_β в третье уравнение

$$\begin{aligned}v_{\beta 1} &= 0.485 \cdot (-1.282) = -0.62 \\v_{\beta 2} &= 0.485 \cdot (-1.052) = -0.51, \text{ и т.д.} \\v_{s1} &= 0.815 \cdot (0.909427) = 0.74 \\v_{s2} &= 0.815 \cdot (-0.042325) = -0.03\end{aligned}$$

4. Для оценки точности уравненных значений дирекционного угла четвертого направления и координат пятого пункта составляют приращения весовых функций

$$\begin{aligned}\Delta F_\alpha &= [v_\beta]_1^4 \\ \Delta F_{x5} &= 0.815 [\cos \alpha_{v_s, \text{см}}]_1^5 - 0.485 [(y_5 - y), \text{км} v_\beta]_1^5 \\ \Delta F_{y5} &= 0.815 [\sin \alpha_{v_s, \text{см}}]_1^5 + 0.485 [(x_5 - x), \text{км} v_\beta]_1^5\end{aligned} \quad (3.10)$$

Коэффициенты уравнений (3.10) вычисляют аналогично коэффициентам условных уравнений и записывают в графы 5-7 таблицы 2.

В колонку 9 записывают значения $\sqrt{q_\beta}=1$ (строки 1-8) и $\sqrt{q_s}=0.815$ (строки 10-16).

Контролируют составление таблицы коэффициентов условных уравнений по методу сумм: вычислением сумм по строкам (S) и по столбцам (Σ), которые должны быть равны между собой.

5. Вычисляют коэффициенты нормальных уравнений коррелат в нижней части таблицы 3.

6. Решают нормальные уравнения коррелат методом последовательного исключения неизвестных в схеме Гаусса (таблица 4).

7. Вычисляют поправки v_i в измеренные углы и линии по формулам

$$v_{\beta i} = a_i k_1 + b_i k_2 + c_i k_3 \quad (3.11)$$

$$v_{si} = 0.815 (b_i k_2 + c_i k_3) \quad (3.12)$$

например, $v_{\beta 1} = 1 \cdot 2.640 - 0.98 \cdot 2.995 - 0.62 \cdot 1.811 = -1.42''$

$$v_{s1} = 0.815 (-0.34 \cdot 2.995 + 0.74 \cdot 1.811) = 0.27 \text{ см}$$

Поправки $v_{\beta i}$ округляют до $0.1''$ и v_{si} (с округлением до 0.1 см) выписывают в графы

Контроль вычисления поправок

$$[v_\beta] = -f_\beta \quad (3.13)$$

$$[pvv] = -(k_1 f_\beta + k_2 f_x + k_3 f_y) = -[kw] \quad (3.14)$$

8. Далее, для получения исправленных приращений координат, можно идти двумя путями.

Первый путь:

- 1) Поправки $v_{\beta i}$ и v_{si} ввести в измеренные значения углов и линий.
- 2) По исправленным углам вычислить дирекционные углы.

3) По дирекционным углам и исправленным линиям вычислить исправленные приращения координат $\Delta x_{\text{исп}}$, $\Delta y_{\text{исп}}$. При этом должен выполняться контроль

$$\begin{aligned} [\Delta x_{\text{исп}}] &= X_K - X_H \\ [\Delta y_{\text{исп}}] &= Y_K - Y_H \end{aligned} \quad (3.15)$$

Все указанные вычисления выполняют в таблице, аналогичной таблице 1. Поправки в измеренные углы и линии $v_{\beta i}$ и v_{si} выписывают над соответствующими значениями углов и линий. Поправки в дирекционные углы вычисляют по формуле (3.17) и также выписывают над соответствующими значениями дирекционных углов.

Второй путь.

Вычислить поправки в приращения координат $v_{\Delta x}$, $v_{\Delta y}$ по формулам

$$\begin{aligned} v_{\Delta x i} &= v_{si} \cos \alpha_i - \frac{v_{\alpha i}}{\rho} \Delta y_i \\ v_{\Delta y i} &= v_{si} \sin \alpha_i + \frac{v_{\alpha i}}{\rho} \Delta x_i \end{aligned} \quad (3.16),$$

где

$$v_{\alpha i} = \sum_i^i v_{\beta i} \quad (3.17)$$

Заключительным контролем при этом будут являться равенства

$$\begin{aligned} [v_{\Delta x}] &= -f_x \\ [v_{\Delta y}] &= -f_y \end{aligned} \quad (3.18)$$

Описанные вычисления по формулам (3.16)-(3.18) выполнять в таблице формы:

№ пункт а	Приращения координат		Поправки а Приращения координат		Исправленные Приращения координат м		Уравненные координаты, м	
	Δx , км	Δy , км	$v_{\Delta x}$, см	$v_{\Delta y}$, см	$\Delta x_{\text{исп}}$	$\Delta y_{\text{исп}}$	X	Y
1	2	3	4	5	6	7	8	9
1								
2								
3								
4								
5								
6								
7								
8								

9. Уравненные (окончательные) координаты X и Y получают по формулам

$$X_{i+1} = X_i + \Delta X_{\text{исп}}$$

$$Y_{i+1} = Y_i + \Delta Y_{\text{исп}} \quad (3.19)$$

10. Выполняют оценку точности уравнированных значений четвертого дирекционного угла и координат пятого пункта хода. Значение обратных весов составленных приращений функций получают по формуле (2.19) в дополнительных столбцах F_α , F_x , F_y схемы решения нормальных уравнений.

Средние квадратические ошибки этих величин вычисляют по формуле

$$m_u = \mu \sqrt{\frac{1}{P_u}} \quad (3.20)$$

$$\mu = \sqrt{\frac{[p_\beta v_\beta^2] + [p_s v_s^2]}{r}}. \quad (3.21)$$

где $r=3$

Пример уравнивания одиночного полигонометрического хода коррелятным способом

Таблица 1

Ведомость предварительных вычислений и результатов уравнивания полигонометрического хода

№ пунктов	Углы поворота β (левые)	Дирекционные углы α	Длины линий S, м	$\cos \alpha$ $\sin \alpha$	Приращения, м		Вычисленные координаты, м		$X_{n+1}-X$, км	$Y_{n+1}-Y$, км
					ΔX	ΔY	ΔX	ΔY		
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
Николаево 1	-1,4 181° 05' 47,3"	113° 28' 38" -1,4	+3	-0,415863	+0,0046	+0,0000	10901,025	7050,400		
2	-0,5 247° 51' 07,5"	114° 34' 25,3" -1,9	552,004 -31	+0,909427 -0,999104	-229,558 +0,0307	+502,007 -0,00014	10671,467	75520,407	-1,282	+2,026
3	-0,0 126° 32' 35,3"	182° 25' 32,8" -1,9	566,339 -22	-0,042325 -0,933386	-564,832 +0,0195	-23,928 -0,0008	10106,635	7528,479	-1,052	+1,524
4	+0,4 139° 20' 11,4"	158° 58' 8,1" -1,5	339,017 +2	+0,358874 -0,474171	-316,434 +0,0031	+121,664 +0,0003	9790,201	7650,143	-0,487	+1,548
5	+1,1 157° 18' 32,4"	118° 18' 19,6" -0,4	400,409 +15	+0,880433 -0,097833	-189,862 -0,00564	+352,533 +0,0136	9600,339	8002,676	-0,171	+1,427
6	+1,6 170° 06' 59,1"	95° 36' 51,9" +1,2	356,840 +20	+0,995203 +0,074442	-34,911 -0,0098	+355,128 +0,0147	9565,428	8357,804	+0,019	+1,074
7	+2,2 179° 59' 41,4"	85° 43' 51" +3,4	372,268 +20	+0,997225 +0,074532	+27,712 -0,0094	+371,235 +0,0210	9593,140	8729,039	+0,054	+0,719
Бельцево 8	+2,6 253° 30' 32,6"	85° 43' 32,4" +6,0	348,725	+0,997219	+25,991	+347,755	9619,131	9076,794	+0,026	+0,348
	159° 14' 05"									
Σ	1485° 45' 27"	159° 14' 11"	2934,602	Σ	-1281,894	2026,394	9619,164	9076,842		
f_β	-06"	$f_\beta = -06"$		$f_x =$	-0,033	$f_y = -0,048$	-0,033	-0,048		
пред f_β	$\pm 07"$	пред f_s	=	$f_s =$	0,058					

$$[\beta_m] = \alpha_k - \alpha_n + 180 \cdot (n-1) = 1485^\circ 45' 33''$$

$$\text{пред } f_\beta = \pm 2,5'' \cdot \sqrt{n} = \pm 2,5'' \cdot \sqrt{8} = \pm 7''$$

$$\frac{f_s}{[S]} = \frac{0,058}{2934,602} = \frac{1}{50500}$$

Таблица 2
Вычисление коэффициентов нормальных уравнений

Номера п/п	$a]$	$b]$	$c]$	$Fa]$	$Fx]$	$Fy]$	S	\sqrt{q}	v	pv
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
$V_{\beta 1}$	1	-0,98	-0,62	1	-0,46	-0,63	-0,70	1,00	-1,43	-1,43
$V_{\beta 2}$	1	-0,74	-0,51	1	-0,22	-0,52	0,01	1,00	-0,50	-0,50
$V_{\beta 3}$	1	-0,75	-0,24	1	-0,23	-0,25	0,54	1,00	-0,03	-0,03
$V_{\beta 4}$	1	-0,69	-0,08	1	-0,17	-0,09	0,96	1,00	0,42	0,42
$V_{\beta 5}$	1	-0,52	0,01				0,49	1,00	1,10	1,10
$V_{\beta 6}$	1	-0,35	0,03				0,68	1,00	1,64	1,64
$V_{\beta 7}$	1	-0,17	0,01				0,84	1,00	2,16	2,16
$V_{\beta 8}$	1						1,00	1,00	2,64	2,64
6,00										
$V_{S 1}$		-0,34	0,74		-0,34	0,74	0,80	0,815	0,27	0,33
$V_{S 2}$		-0,81	-0,03		-0,81	-0,03	-1,70	0,815	-3,07	-2,50
$V_{S 3}$		-0,76	0,29		-0,76	0,29	-0,94	0,815	-2,15	-1,75
$V_{S 4}$		-0,39	0,72		-0,39	0,72	0,66	0,815	0,17	0,14
$V_{S 5}$		-0,08	0,81				0,73	0,815	1,51	1,23
$V_{S 6}$		0,06	0,81				0,87	0,815	2,02	1,65
$V_{S 7}$		0,06	0,81				0,87	0,815	2,02	1,65
Σ	8,00	-6,46	2,75	4,00	-3,38	0,23	5,14			
w	-6,00	-3,30	-4,80							
k	2,640	2,995	1,811							
Коэффициенты нормальных уравнений										
$[a$	8,00	-4,20	-1,40	4,00	-1,08	-1,49	3,83	-2,17		
$[b$		4,41	0,54	-3,16	2,34	0,56	0,49	-2,81		
$[c$			3,81	-1,45	-0,23	1,88	3,15	-1,65		
$Fa]$				4,00						
$Fx]$					1,76					
$Fy]$						1,89				

Таблица 3
Решение нормальных уравнений

k_1	k_2	k_3	w	$[F\alpha]$	$[Fx]$	$[Fy]$	S	контроль
8,00	-4,20	-1,40	-6,00	4,00	-1,08	-1,49	-2,17	-2,17
-1,000	0,525	0,175	0,750	-0,500	0,135	0,186	0,272	0,272
	4,41	0,54	-3,3	-3,16	2,34	0,56	-2,81	-2,81
	2,21	-0,20	-6,45	-1,06	1,77	-0,22	-3,95	-3,95
	-1,000	0,090	2,918	0,480	-0,801	0,100	1,787	1,787
		3,55	-6,43	-0,85	-0,26	1,60	-2,39	-2,39
		-1,000	1,811	0,239	0,073	-0,451	0,673	0,673
			-	4,00	1,76	1,89		
			[kw]	1/Pf α	1/Pfx	1/Pfy		
2,640	2,995	1,811	-34,41	1,29	0,17	0,87		

$$V_{\Delta x1} = + 0,0046 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,0000 \text{ м}$$

$$V_{\Delta x2} = + 0,0307 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,00014 \text{ м}$$

$$V_{\Delta x3} = + 0,0195 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,0008 \text{ м}$$

$$V_{\Delta x4} = + 0,0031 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,0003 \text{ м}$$

$$V_{\Delta x5} = + 0,00564 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,0146 \text{ м}$$

$$V_{\Delta x6} = + 0,0098 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,0207 \text{ м}$$

$$V_{\Delta x7} = + 0,0094 \text{ м}$$

$$V_{\Delta y1} = + 0,0210 \text{ м}$$

$$\Sigma V_{\Delta xi} = + 0,033 \text{ м}$$

$$\Sigma V_{\Delta yi} = + 0,046 \text{ м}$$

Приложение
Таблица 1

Варианты исходных данных (ход полигонометрии Николаево – Бельцово)

	Углы поворота	Варианты секунд углов																		
№ пункта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
α_H	113°28'39"	40	36	41	38	42	40	43	37	41	39	38	42	36	40	41	39	42	38	40
Николаево 1	181°05'47,2"	47,4	47,3	46,8	47,5	47,6	46,9	49,7	47,3	47,6	47,1	47,3	47,2	46,9	46,8	47,3	47,4	47,6	47,3	47,4
2	247°51'08,0"	07,9	08,4	07,8	08,3	08,2	07,7	08,4	08,1	08,4	08,3	07,7	07,9	07,8	08,7	08,6	07,8	08,4	07,5	08,3
3	156°32'34,7"	35,0	34,6	34,5	35,1	35,3	35,2	34,8	35,3	34,1	35,0	34,6	34,5	34,6	35,1	35,2	35,3	35,2	35,3	34,7
4	139°20'10,7"	10,5	10,6	10,3	10,8	10,4	10,2	10,5	11,2	10,1	10,3	10,8	10,7	10,2	10,8	11,1	10,7	11,3	11,4	10,5
5	157°18'32,0"	32,3	32,6	32,2	32,4	32,1	31,8	32,4	31,9	32,1	32,5	32,3	31,8	31,9	31,7	31,9	32,5	31,8	32,4	31,7
6	170°06'59,5"	59,0	59,4	59,1	59,3	59,6	59,5	59,4	59,3	59,2	59,4	59,0	58,9	58,8	58,6	59,5	59,9	59,4	59,1	59,4
7	179°59'40,6"	40,9	40,5	40,7	40,3	40,4	40,6	41,1	40,3	40,7	40,9	40,6	40,1	41,0	41,2	41,1	40,7	40,3	41,4	41,2
Бельцево 8	253°30'32,0"	32,4	32,2	31,9	32,5	31,8	32,3	32,5	31,8	32,6	31,9	31,7	31,8	31,7	32,4	33,0	32,1	31,8	32,6	31,7
α_K	159°14'09"	11	12	10	13	11	12	14	11	13	12	14	08	15	08	09	10	15	09	10

Таблица 2

Варианты исходных данных (ход полигонометрии)

	Длины линий, м	Варианты длин линий, мм																		
№ пункта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
2	552,006	012	010	011	015	008	016	005	008	003	011	013	015	007	014	008	009	003	004	006
3	565,337	334	340	333	339	341	345	344	337	342	332	331	338	344	331	342	345	333	339	346
4	339,022	029	021	020	026	023	028	030	024	019	020	018	020	022	019	025	018	028	017	027
5	400,405	410	406	411	409	412	411	417	400	413	416	407	399	419	420	401	402	404	409	415
6	356,829	827	825	835	828	833	836	836	826	825	831	837	827	833	831	836	825	839	840	826
7	372,261	260	266	259	261	258	269	270	271	266	264	259	260	266	257	261	258	255	268	257
Бельцево 8	348,712	713	705	709	715	720	722	720	718	711	713	712	720	709	722	710	721	723	725	708

Точность полевых измерений $m_\beta = 2''$; $m_s = 2$ см; $q = \frac{m_s^2}{m_\beta^2} = 1$.

Таблица 3

Варианты исходных данных (ход полигонометрии Никитино-Павлово)

	Дирекционные углы		Координаты исходных пунктов, м			
	Дубровка Никитино	Павлово Филатово	Никитино		Павлово	
			X	Y	X	Y
21	33° 55' 06"	62° 38' 22,1'	6008,329	5692,364	8544,168	7802,686
22	89 26 45	118 10 15,6	6008,329	5692,364	5703,803	8977,374
23	79 56 23	108 39 41,0	6008,329	5692,364	6250,464	8982,720
24	56 49 23	85 32 37,6	6008,329	5692,364	7523,027	8623,407
25	102 36 58	131 20 29,4	6008,329	5692,364	4963,162	8821,594
26	111 11 11	139 54 25,7	6008,329	5692,364	4508,678	8631,159
27	205 26 39	234 09 56,5	6008,329	5692,364	3189,118	3978,559
28	99 56 33	128 39 49,7	6008,329	5692,364	5110,553	8867,122
29	34 56 45	63 40 00,5	6008,329	5692,364	8505,893	7847,979
30	54 45 54	83 29 08,0	6008,329	5692,364	7627,126	8567,136
31	156 37 54	185 21 26,3	6008,329	5692,364	2862,178	6685,270
32	180 23 56	209 07 24,7	6008,329	5692,364	2728,648	5333,283
33	63 25 42	92 09 13,1	6008,329	5692,364	7175,641	8778,274
34	104 03 26	132 46 41,3	6008,329	5692,364	4884,940	8794,346
35	264 31 54	293 15 14,3	6008,329	5692,364	6030,232	2393,136
36	104 31 58	133 15 16,6	6008,329	5692,364	4859,313	8784,900

Таблица 4

Измеренные величины

№ пунктов	Углы поворота			Длины линий S, м
	°	'	"	
Никитино				
1	180	15	40,8	
				356,158
2	193	18	13,8	
				472,556
3	179	34	43,7	
				600,103
4	185	37	47,6	
				589,357
5	129	39	44,4	
				567,982
6	220	03	14,5	
				567,234
7	193	14	27,3	
				300,491
8	186	59	32,6	
Павлово				

Перечень использованных информационных ресурсов

1. Губеладзе, А.Р. ТМОГИ. Обработка результатов измерений и уравнивание полигонометрических ходов: учеб. пособие / А.Р. Губеладзе. - Ростов н/Д : Рост. гос. строит. ун-т, 2013. - 93 с.
2. Губеладзе, О.А. Геодезия. Уравнивание нивелирной сети III класса: учеб. пособие / О.А. Губеладзе. - Ростов н/Д : Рост. гос. строит. ун-т, 2013. - 81 с.
3. Селиханович, В.Г. Геодезия: учебник для вузов / В.Г. Селиханович. – Москва : Недра, 2000. – 544 с.
4. Селиханович, В.Г. Практикум по геодезии / В.Г. Селиханович.- Москва : Недра, 2000. – 382 с.